

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Ім.акад. С.Дем'янчука

М.М.Лакатош

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ
МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
ЗАЛЕЖНОСТІ МАГНІТНОГО МОМЕНТУ
ЗЕМЛІ ВІД ШИРОТИ МЕТОДОМ
СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ
КАРЛО**

Апроксимація поліномом третього степеня



Модель ПГБ11-259

Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р. М. Літнарівич

Рівне – 2011



Михайло Михайлович Лакатош

УДК 53. 02:550.38

Лакатош М.М. Побудова і дослідження математичної моделі залежності магнітного моменту Землі від широти методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом третього степеня. Модель ПГБ11-259.МЕГУ, Рівне, 2011, 62 с.

Рецензент: В. Г.Бурачек, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

Книга написана за матеріалами роботи наукової фізико-математичної школи МЕГУ

Встановлюється функціональна залежність магнітного моменту планети Земля від геомагнітної широти. Дається вивід формули у вигляді поліному третього порядку.

Математична модель будується на основі способу найменших квадратів.

Проводиться дослідження точності зрівноважених елементів методом статистичних випробувань Монте Карло.

Для студентів і аспірантів напрямку наук про Землю.

Functional dependence of magnetic moment of planet is set Earth from a geomagnetical breadth. The conclusion of formula is given in a kind to the polynomial of the third order.

A mathematical model is built on the basis of method of leastsquares.

Research of exactness of the balanced elements is conducted by the method of statistical tests of Monte Karlo.

For students and graduate students of direction of sciences about Earth.

© М.М.Лакатош, 2011

ЗМІСТ

Передмова.....	5
Розділ 1. Геомагнітний момент Землі.....	6
1.1. Представлення геомагнітного моменту поля Землі.....	6
1.2. Представлення істинної моделі.....	12
Розділ 2. Побудова спотвореної моделі.....	14
2.1. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло.....	14
2.2. Представлення спотвореної моделі.....	16
Розділ 3. Зрівноваження моделі.....	17
3.1. Представлення системи нормальних рівнянь.....	17
3.2. Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь.....	18
3.3. Рішення нормальних рівнянь способом Крамера	20
Розділ 4. Оцінка точності.....	26
4.1. Контроль зрівноваження	26
4.2. Оцінка точності параметрів, отриманих із системи нормальних рівнянь	26
Висновки.....	32
Літературні джерела	34
Додатки	36

Передмова

Безумовний науковий і практичний інтерес представляє дослідження геомагнітного поля Землі.

Вивченню природи геомагнітного поля і в наш час приділяється велика увага. Вчені намагаються отримати відповіді на запитання: коли і як зародилося магнітне поле земної кулі? Чому воно існує мільярди років? Як це поле буде змінюватись в майбутньому?

В даній роботі ми зробимо спробу виразити один із основних компонентів геомагнітного поля Землі магнітний момент планети графічно і встановити функціональну залежність магнітного моменту від широти.

Нами підбирається емпірична формула у вигляді поліному третього порядку. Математична модель будується на основі способу найменших квадратів. Побудована ймовірніша модель приймається як істинна модель, на основі якої проводяться дослідження точності методом статистичних випробувань Монте Карло. Генеруються псевдо випадкові числа, які приймаються як істинні похибки, якими спотворюється істинна модель.

В подальшому методом найменших квадратів урівноважується спотворена модель і робиться оцінка точності врівноважених елементів. Значення істинних похибок дає можливість зробити порівняльний аналіз. Набирається велика статистика шляхом побудови і дослідження великої кількості моделей.

Розроблена методика дозволить зробити попередній розрахунок точності при проектуванні майбутніх геомагнітних досліджень в будь-якій точці планети Земля.

Розділ 1. Геомагнітний момент Землі

1.1. Представлення геомагнітного моменту поля Землі

Магнітний момент – це векторна величина, яка характеризує земну кулю як джерело магнітного поля. Макроскопічні магнітні моменти створюють замкнуті електричні струми і впорядковано орієнтовані магнітні моменти атомних частинок.

Розрахуємо магнітний момент M Землі на екваторі при $\Phi_{\text{Маг. Екв.}} = 0$.

При цьому спочатку розглянемо елементи земного магнетизму.

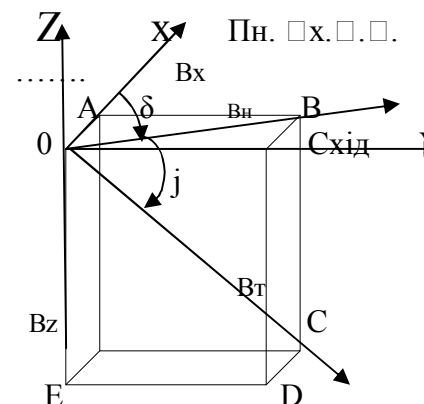


Рис. 1.1. Елементи земного магнетизму

Проекції B_z і B_n індукції дипольного поля, або поля однорідного намагнічування Землі, можна знайти за допомогою формул.

Вертикальна складова геомагнітного поля Землі

$$B_z = \mu_0 \frac{M}{2\pi R^3} \sin \Phi_M \quad (1.1);$$

горизонтальна складова

$$B_n = \mu_0 \frac{M}{4\pi R^3} \cos \Phi_M \quad (1.2)$$

де μ_0 – магнітна стала;

M – магнітний момент земної кулі;

R – радіус Землі;

φ_m – геомагнітна широта, яка відраховується від геомагнітного екватора

Із приведених формул легко знайти модуль вектора індукції поля однорідного намагнічування Земної кулі:

$$\beta_T = \sqrt{B_Z^2 + B_H^2} \quad (1.3).$$

Підставляючи (1.1), (1.2) в (1.3), будемо мати:

$$\beta_T = \sqrt{\mu_0^2 \frac{M^2}{2\pi^2 R^6} \left(\sin^2 \varphi_m + \frac{\cos^2 \varphi_m}{4} \right)};$$

або:

$$\beta_T = \mu \frac{M}{2\pi R^3} \sqrt{\frac{4\sin^2 \varphi_m + \cos^2 \varphi_m}{4}}.$$

Приймаючи до уваги, що $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$, а $4\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 3\sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi$;

$$\beta_T = \mu \frac{M}{4\pi R^3} \sqrt{3\sin^2 \varphi + 1} \quad (1.4).$$

Знайдемо магнітний момент M із формули (1.4)

$$M = \frac{4\pi R^3 \beta_T}{\mu \sqrt{3\sin^2 \varphi_m + 1}} \quad (1.5).$$

Напруженість магнітного поля на магнітному екваторі $H_{\text{екв.}} = 0,34$ ерстеда [3, – с. 163].

Для переходу із системи СГСМ у систему СІ складемо слідууючу пропорцію

$$\text{Напруженості } 1 \frac{a}{m} \text{ відповідає } 4\pi \cdot 10^{-3} e, \\ H_{\text{екв.}} \text{ дорівнює } 0,34 e,$$

звідки

$$H_{\text{екв.}} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,34 e}{4\pi \cdot 10^{-3} e} = 27,05634033 \frac{a}{m}.$$

В загальному випадку напруженість магнітного поля Землі можна розрахувати за формулою

$$H = \frac{B_T}{\mu_0} = \frac{M}{4\pi R^3} \sqrt{3\sin^2 \varphi_m + 1} \quad (1.6).$$

Тоді, загальна формула розрахунку магнітного моменту Землі буде

$$M = \frac{4\pi R^3 H}{\sqrt{1 + 3\sin^2 \varphi_m}}. \quad (1.7)$$

Для полюса $H_{\text{пол.}} = 0,66$ ерстед. Тоді, при переході до системи СІ

$$1 \frac{a}{m} \text{ відповідає } 4\pi \cdot 10^{-3} e,$$

$$H_{\text{пол.}} \text{ дорівнює } 0,66 e,$$

звідки

$$H_{\text{пол.}} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,66e}{4\pi \cdot 10^{-3} e} = 52,52113122 \frac{a}{m}$$

Магнітний момент Землі біля полюсів

$$M_{\text{пол.}} = \frac{H_{\text{пол.}} \cdot 4\pi R^3}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 90^\circ}}$$

Взявши радіус земної кулі $R=6371000\text{м}$, а $4\pi R^3=3,249620751 \cdot 10^{21} \text{ м}^3$, магнітний момент земної кулі на екваторі буде

$$M_{\text{екв.}} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} [\text{м}^3] \cdot 27,05634033 \left[\frac{a}{m}\right]}{1} = 8,792284498 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$$

Розрахуємо магнітний момент земної кулі на полюсі

$$M_{\text{пол.}} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \cdot 52,52113122}{2} = 8,533687894 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$$

Розрахуємо магнітний момент Землі на широті 45° , прийнявши середнє значення напруженості

$$H_{45^\circ} = \frac{H_0 + H_{90^\circ}}{2} = \frac{0,34e + 0,66e}{2} = 0,50e$$

Тоді

$$1 \frac{a}{m} \text{ відповідає } 4\pi \cdot 10^{-3} e$$

$$H_{45^\circ} \text{ дорівнює } 0,5 e.$$

Звідки

$$H_{45^\circ} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,5e}{4\pi \cdot 10^{-3} e} = 39,78873577 \frac{a}{m}$$

Таким чином, напруженість магнітного поля H_{45° буде

$$H_{45^\circ} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \text{ м}^3 \cdot 39,78873577 \frac{a}{m}}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 45^\circ}}$$

$$H_{45^\circ} = 8,177542602 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$$

Знайдемо середню напруженість магнітного поля Землі для широти $22,5^\circ$

$$H_{22,5^\circ} = \frac{0,34e + 0,5e}{2} = 0,42 e,$$

для $\varphi_{\text{маг.}} = 67,5^\circ$

$$H_{67,5^\circ} = \frac{0,5e + 0,6e}{2} = 0,58e$$

для $\varphi_{\text{маг.}} = 22,5^\circ$

$$1 \frac{a}{m} \text{ відповідає } 4\pi \cdot 10^3 e$$

$$H_{22,5^\circ} \text{ дорівнює } 0,42 e$$

звідки

$$H_{22,5^\circ} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,42e}{4\pi \cdot 10^3 e} = 33,422538 \frac{a}{m},$$

І по аналогії

$$H_{67,5^\circ} = \frac{1 \frac{a}{m} \cdot 0,58e}{4\pi \cdot 10^3 e} = 46,1549335 \text{ ам}^2.$$

Магнітні моменти будуть відповідно

$$M_{22,5^0} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \cdot 33,42253805}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 22,5^0}} = 9,052956514 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2,$$

$$M_{67,5^0} = \frac{3,249620751 \cdot 10^{21} \cdot 46,1549335}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 67,5^0}} = 7,948506716 \cdot 10^{22} \text{ ам}^2$$

Результати залежності геомагнітного моменту Землі від широти точки спостереження зведено в *Табл 1*.

Таблиця 1. Залежність геомагнітного моменту Землі від широти точки спостереження

№	$\varphi_{\text{маг.}} = X$	$Y = M = f(x) \left(\frac{a}{M}\right)$
1	0,00	$8,79 \cdot 10^{22}$ *
2	11,25	$8,9 \cdot 10^{22}$
3	22,5	$9,05 \cdot 10^{22}$
4	33,75	$8,5 \cdot 10^{22}$
5	45	$8,18 \cdot 10^{22}$
6	56,25	$8 \cdot 10^{22}$
7	67,5	$7,95 \cdot 10^{22}$
8	78,75	$8,12 \cdot 10^{22}$
9	90	$8,53 \cdot 10^{22}$
n=9		$\Sigma = 76,02 \cdot 10^{22}$

Згідно формули (1,7) магнітний момент залежить від напруженості магнітного поля і широти точки спостереження, тобто є функцією двох незалежних змінних, хоча в свою чергу напруженість геомагнітного поля також залежить від широти. На жаль, у нас немає формули залежності напруженості магнітного

поля від широти, що не потребувало б знання магнітного моменту і навпаки.

Тому безперечний інтерес представляє встановлення функціональної залежності магнітного моменту, як головного компонента для визначення складових геомагнітного поля Землі, від геомагнітної широти.

Примітка. В подальшому для спрощення викладок множник 10^{22} писати не будемо, але його слід мати на увазі, особливо при оцінці точності результатів.

1.2. Представлення істинної моделі

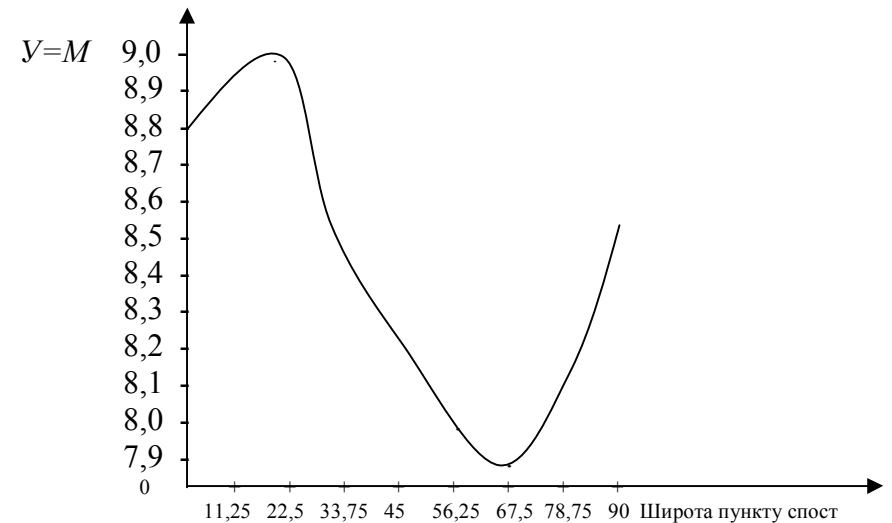


Рис. 1. Графік залежності магнітного моменту земної кулі від геомагнітної широти

Маючи вузлові точки значень геомагнітного моменту Землі в магнітних широтах $0, 22,5^0, 45^0, 67,5^0$ і 90^0 побудуємо точкову діаграму і графік, представлений на рис. 1.

Із цього графіка видно, що екстремум функції буде на широті $22,5^0$ і $67,5^0$. Як видно із графіка, кращою функцією для апроксимації буде кубічний поліном, тобто будемо шукати функціональну залежність у вигляді функції виду

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (1.2.1)$$

Невідомі коефіцієнти a, b, c, d визначимо по способу найменших квадратів.

Проміжні точки в $11,25^0, 33,75^0, 56,25^0$ і $78,75^0$ визначимо безпосередньо із графіка. Цього нам буде цілком достатньо для побудови експериментальної моделі.

Побудовану таким чином експериментальну модель залежності магнітного моменту земної кулі від широти в подальшому зрівноважили і отримали формулу [7,с.38]

$$Y=M=1.2190*10^{-5} X^3 -1.4404*10^{-3} X^2 +2.8370*10^{-2}X+8,8028(1.2.2)$$

яку приймемо за істинну модель і, генеруючи істинні похибки будемо створювати спотворені моделі, на яких можна дослідити точність визначення магнітного моменту в залежності від похибки визначення широти.

Таблиця 2.Залежність геомагнітного моменту Землі від широти точки спостереження (істинна модель за формулою 1.1)

№	$\varphi_{\text{маг.}} = X$	$Y = M = f(x)\left(\frac{a}{M}\right)$
1	0,00	8,803
2	11,25	8,957
3	22,5	8,851
4	33,75	8,598
5	45	8,274
6	56,25	8,011
7	67,5	7,904
8	78,75	8,057
9	84,375	8,264
10	90	8,575
n=9	489,375	84,294

Розділ 2. Побудова спотвореної моделі

2.1. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

В роботі [1] істинна модель спотворювалась введенням істинних похибок в незалежні змінні X. В даній монографії істинні похибки будемо вводити в експериментальні параметри У.

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому, як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдо-

$$\text{випадкових) чисел } \xi_{cp}, \quad \xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n}, \quad (2.1.1)$$

Де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp} \quad (2.1.2)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гауса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta'^2_i}{n}} \quad (2.1.3)$$

4. Знаходять коефіцієнт пропорційності K, для визначення істинних похибок необхідності точності

$$K = \frac{c}{m'_{\Delta}}, \quad (2.1.4)$$

де c – необхідна константа.

Так, наприклад, при $m'_{\Delta} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c = 0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357, \text{ а при } c = 0,05, \text{ отримаємо}$$

$$K = \frac{0,05}{0,28} = 0,178.$$

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K \quad (2.1.5)$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок Δ

$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta^2}{n}} \quad (2.1.6)$$

і порівняння $m_{\Delta} = c \quad (2.1.7)$

Таблиця 3. Генерування псевдо-випадкових чисел і розрахунок істинних похибок

№	ξ_i	ξ_{cp}	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}$	$\Delta_i'^2$	$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K$	Δ_i^2
1	0,32	0,535	-0,215	0,04623	-0,0769	0,00590622
2	0,57	0,535	0,035	0,00123	0,01251	0,00015652
3	0,78	0,535	0,245	0,06003	0,08758	0,00766946
4	0,51	0,535	-0,025	0,00062	-0,0089	0,00007986
5	0,06	0,535	-0,475	0,22563	-0,1698	0,02882834
6	0,99	0,535	0,455	0,20703	0,16264	0,02645180
7	0,48	0,535	-0,055	0,00302	-0,0197	0,00038651
8	0,45	0,535	-0,085	0,00722	-0,0304	0,00092315
9	0,26	0,535	-0,275	0,07563	-0,0983	0,00966268
10	0,93	0,535	0,395	0,15603	0,14119	0,01993548
n=10	5,35	5,35	8E-16	0,78265	2,8E-16	0,10000000

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$\Delta'_m = \sqrt{\frac{0,78265}{10}} = 0,2797588254$$

Коефіцієнт пропорційності $K = \frac{0,1}{0,2797588254} = 0,357450743$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,1$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{0,1000000}{10}} = 0,1$$

2.2. Представлення спотвореної моделі

Таблиця 4. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$Y_{спотв.} = Y_{іст.} + \Delta_i$
	$x_{іст.}$	$y_{іст.}$		
1	0	8,803	-0,0769	8,726
2	11,25	8,957	0,01251	8,970
3	22,5	8,851	0,08758	8,9386
4	33,75	8,598	-0,0089	8,5891
5	45	8,274	-0,1698	8,1042
6	56,25	8,011	0,16264	8,1736
7	67,5	7,904	-0,0197	7,8843
8	78,75	8,057	-0,0304	8,0266
9	84,375	8,264	-0,0983	8,1657
10	90	8,575	0,14119	8,7162
	489,375	84,294	2,8E-16	84,294

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірнішу модель, роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз.

Розділ 3. Зрівноваження моделі

3.1. Представлення системи нормальних рівнянь

У результаті проведеного експерименту ми маємо ряд результатів X_i, Y_i , функціональну залежність між якими будемо шукати за допомогою поліному степені K , де коефіцієнти a_i являються невідомими.

Тоді, система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned} na_0 + a_3[x] + a_2[x^2] + \dots + a_m[x^m] - [y] &= 0, \\ a_0[x] + a_3[x^2] + a_2[x^3] + \dots + a_m[x^{m+1}] - [xy] &= 0, \\ a_0[x^2] + a_1[x^3] + a_2[x^4] + \dots + a_m[x^{m+1}] - [x^2y] &= 0, \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

$$a_0[x^m] + a_1[x^{m+1}] + a_2[x^{m+2}] + \dots + a_m[x^{2m}] - [x^m y] = 0,$$

де знаком $[]$ позначена сума відповідного елемента.

Для поліному третього порядку виду

$$y = ax^3 + vx^2 + cx + d \quad (3.1.2)$$

Система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned} dn + c[x] + v[x^2] + a[x^3] - [y] &= 0, \\ d[x] + c[x^2] + v[x^3] + a[x^4] - [xy] &= 0, \\ d[x^2] + c[x^3] + v[x^4] + a[x^5] - [x^2y] &= 0, \\ d[x^3] + c[x^4] + v[x^5] + a[x^6] - [x^3y] &= 0. \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

або

$$\begin{aligned} a[x^6] + v[x^5] + c[x^4] + d[x^3] - [x^3y] &= 0, \\ a[x^5] + v[x^4] + c[x^3] + d[x^2] - [x^2y] &= 0, \\ a[x^4] + v[x^3] + c[x^2] + d[x] - [xy] &= 0, \\ a[x^3] + v[x^2] + c[x] + dn - [y] &= 0. \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

В подальшому будемо рішати систему лінійних нормальних рівнянь (3.1.3) або (3.1.4) одним із відомих в математиці способів.

3.2. Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь

Приведемо розрахункову таблицю, на основі якої стримують коефіцієнти нормальних рівнянь.

Таблиця 5. Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь

№	$x_{i\text{стн.}}$	$y_{\text{сповт}}$	x^0	x^2	x^3	x^4	x^5
1	0	8,726	1	0	0	0	0
2	11,25	8,970	1	126,563	1423,828	16018,066	180203,247
3	22,5	8,9386	1	506,250	11390,625	256289,063	5766503,906
4	33,75	8,5891	1	1139,063	38443,359	1297463,379	43789389,038
5	45	8,1042	1	2025,000	91125,000	4100625,000	184528125,000
6	56,25	8,1736	1	3164,063	177978,516	10011291,504	563135147,095
7	67,5	7,8843	1	4556,250	307546,875	20759414,063	1401260449,219
8	78,75	8,0266	1	6201,563	488373,047	38459377,441	3028675973,511
9	84,375	8,1657	1	7119,141	600677,490	50682163,239	4276307523,251
10	90	8,7162	1	8100,000	729000,000	65610000,000	5904900000,000
Σ	489,375	84,294	10	32937,891	2445958,740	191192641,754	15408543314,266

Продовження таблиці 5

№	x^6	xy	x^2y	x^3y
1	0	0	0	0
2	2027286,530	100,906996	1135,204	12771,04171
3	129746337,891	201,117947	4525,154	101815,9608
4	1477891880,035	289,880901	9783,48	330192,4637
5	8303765625,000	364,68949	16411,03	738496,218
6	31676352024,078	459,767255	25861,91	1454732,33
7	94585080322,266	532,192964	35923,03	2424804,193
8	238508232913,971	632,096064	49777,57	3919983,247
9	360813447274,268	688,981026	58132,77	4904952,81
10	531441000000,000	784,457374	70601,16	6354104,729
Σ	1266937543664,040	4054,090	272151,3	20241853,0

Таким чином, на основі проведених розрахунків нами отримана наступна матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь

10,0	489,4	32937,9	2445958,7
489,4	32937,9	2445958,7	191192641,8
32937,9	2445958,7	191192641,8	15408543314,3
2445958,7	191192642	15408543314,3	1266937543664,0

3.3. Рішення системи лінійних рівнянь способом Крамера

Нехай, маємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\
 \dots & \\
 a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n.
 \end{aligned}
 \tag{3.3.1}$$

Для того, щоб із цієї системи визначити невідомі s , складемо із коефіцієнтів при невідомих визначник Δ , який називається визначником системи рівнянь (3.3.1).

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}
 \tag{3.3.2}$$

Помножимо ліву і праву частини рівності (3.3.2) на x_i . В лівій частині будемо мати Δx_i , в правій же частині введемо у всі члени i -го стовпчика визначника a_k і множник x_i

$$\Delta \cdot x_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i}x_i \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2i}x_i \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{ni}x_i \dots a_{nn} \end{vmatrix}
 \tag{3.3.3}$$

Потім до i -го стовпчика визначника (3.3.3) додамо всі інші стовпчики, помножені відповідно на x_1, x_2, \dots, x_n . Величина визначника від цього не зміниться. Тоді i -стовпчик представить собою ліву частину системи рівнянь (3.3.1).

Замінімо його вільними членами цієї системи і позначимо через Δ_i

$$\Delta \cdot x_i = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (3.3.4)$$

$$\text{Звідки, } x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}}. \quad (3.3.5)$$

Формула (3.3.5) дає можливість визначити кожне невідоме системи лінійних рівнянь (3.3.1).

Якщо вільні члени системи лінійних рівнянь рівні нулю, то вона буде системою лінійних однокорінних рівнянь.

Система лінійних одно корінних рівнянь може мати рішення відмінне від нульового, якщо визначник системи Δ рівний нулю.

Для системи чотирьох лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 &= b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 &= b_3, \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 &= b_4, \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

якщо визначник системи Δ не дорівнює нулю

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \neq 0, \quad (3.3.7)$$

то система визначника і по Крамеру її невідомі виражаються формулами

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (3.3.8)$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (3.3.9)$$

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}}{\Delta}, \quad (3.3.10)$$

$$x_4 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}}{\Delta} \quad (3.3.11)$$

Як бачимо, що

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ b_4 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (3.3.12)$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & b_3 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & b_4 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (3.3.13)$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & b_2 & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & b_3 & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & b_4 & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (3.3.14)$$

$$\Delta_{x_4} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & b_4 \end{vmatrix}. \quad (3.3.15)$$

Приведемо формулу знаходження визначника четвертого порядку

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = (a_{23}a_{43} - a_{33}a_{42})(a_{11}a_{24} - a_{14}a_{21}) + \\ + (a_{32}a_{44} - a_{34}a_{42})(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23}) + (a_{31}a_{43} - a_{33}a_{41})(a_{14}a_{22} - a_{12}a_{24}) + \\ + (a_{31}a_{42} - a_{32}a_{41})(a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23}) + (a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43})(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) + \\ + (a_{31}a_{44} - a_{34}a_{41})(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}). \quad (3.3.16)$$

І в нашому випадку визначник системи $D = 1,38204E+21$

1266937543664,04	15408543314,27	191192642	2445959
15408543314,266	191192642	2445959	32937,891
191192641,754	2445959	32938	489
2445958,740	32938	489	10

20241852,9935	15408543314	191192642	2445959
272151,30091	191192642	2445959	32938
4054,0900176	2445959	32938	489
84,294000000	32938	489	10
D1= 1,9406E+16			

тоді невідомий коефіцієнт a при x^3 буде

$$a = x_1 = \frac{D1}{D} = \frac{1,9406E + 16}{1.38204E + 21} = 0,000014042;$$

1266937543664	20241852,993	191192642	2445959
15408543314	272151,301	2445959	32938
191192642	4054,090	32938	489,375
2445959	84,2940	489,375	10
D2= -2,3389E+18			

тоді невідомий коефіцієнт b при x^2 буде

$$b = x_2 = \frac{D2}{D} = \frac{-2,3389E + 18}{1.38204E + 21} = -0,001692;$$

1266937543664	15408543314	20241853	2445958,7
15408543314	191192642	272151	32937,891
191192642	2445959	4054	489,375
2445959	32938	84,294	10
D3=	5,1751E+19		

і невідомий коефіцієнт c при x буде

$$c = x_3 = \frac{D3}{D} = \frac{5,1751E + 19}{1.38204E + 21} = 0,037446;$$

1266937543664	15408543314	191192642	20241853
15408543314	191192642	2445959	272151
191192642	2445959	32938	4054
2445959	32938	489,375	84,294
D4=	1,2074E+22		

коефіцієнт d буде

$$d = \frac{D4}{D} = \frac{1,2074E + 22}{1.38204E + 21} = 8,736677$$

Таким чином, на основі проведених досліджень, математична модель залежності магнітного моменту планети Земля y_i від широти пункту спостереження x_i виражається формулою

$$y' = 0,000014042x^3 - 0,001692x^2 + 0,037446x + 8,736677. \quad (3.3.17)$$

Розділ 4. Оцінка точності

4.1. Контроль зрівноваження

Підставляючи отримані значення коефіцієнтів a, b, c, d у формулу (3.4), отримаємо наступні результати.

Таблиця 6. Коефіцієнти нормальних рівнянь і контроль зрівноваження

	x^3	x^2	x	x^0	y	Контроль
x^3	1266937543664	15408543314	191192642	2445959	20241852,993	20241852,993
x^2	15408543314	191192642	2445959	32937,891	272151,301	272151,301
x	191192642	2445959	32938	489	4054,090	4054,090
x^0	2445959	32938	489	10	84,294	84,294
	0,000014042	-0,001692	0,037446	8,736677		
	a	b	c	d		

$$[YY] - d[YX^3] - b[YX^2] - c[YX] - d[Y]$$

$$= 0,088295643. \quad \text{З другої сторони } [VV] = 0,088296.$$

4.2. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середні квадратичні похибки визначаємих x_1, x_2, x_3, x_4 розраховуються за формулами:

$$m_{x_1} = \mu \sqrt{\frac{A_{11}}{D}}, \quad (4.2.1)$$

$$m_{x_2} = \mu \sqrt{\frac{A_{22}}{D}}, \quad (4.2.2)$$

$$m_{x_3} = \mu \sqrt{\frac{A_{33}}{D}}, \quad (4.2.3)$$

$$m_{x_4} = \mu \sqrt{\frac{A_{44}}{D}}, \quad (4.2.4)$$

де $m_{x_1}, m_{x_2}, m_{x_3}, m_{x_4}$ – середні квадратичні похибки визначаємих невідомих x_1, x_2, x_3, x_4 , μ – середня квадратична похибка одиниці ваги, яка розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} \quad (4.2.5)$$

У формулі (4.2.5) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 10; K = 4$. V - різниця між вихідним значенням y_i і вирахованим значенням y' за отриманою нами формулою (3.3.17);

$$V_i = y_i - y'_i \quad (4.2.6)$$

$A_{11}, A_{22}, A_{33}, A_{44}$ – алгебраїчні доповнення першого, другого, третього і четвертого діагональних елементів

$$A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (4.2.7)$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (4.2.8)$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (4.2.9)$$

$$A_{44} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad (4.2.10)$$

$$\text{де } \Delta = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14}. \quad (4.2.11)$$

Приведемо формулу розкриття визначника третього порядку

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{12}(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}). \quad (4.2.12)$$

І в нашому випадку отримаємо

	191192642	2445959	32938
A11=	4,7761E+11	2445959	32938
	32937,891	489,375	10

величина оберненої ваги

$$\frac{1}{P_{x_1}} = \frac{A_{11}}{D} = \frac{4.7761E + 11}{1,38204E + 21} = 3.45593E - 10, \text{ а}$$

$$\sqrt{\frac{1}{P_{x_{11}}}} = 0,00001859.$$

			1266937543664	191192642	2445959
A22=	8,99382E+15		191192642	32938	489,375
			2445959	489	10

$$\frac{1}{P_{x_2}} = \frac{A_{22}}{D} = \frac{8,99382E + 15}{1.38204E + 21} = 0,000006508; \sqrt{\frac{1}{P_{x_{22}}}} = 0,00255.$$

A33=	1,24719E+19		1266937543664	15408543314	2445959
			15408543314	191192642	32938
			2445959	32938	10

$$\frac{1}{P_{x_3}} = \frac{A_{33}}{D} = \frac{1,24719E + 19}{1.38204E + 21} = 0,00902; \sqrt{\frac{1}{P_{x_{33}}}} = 0,0950.$$

			1266937543664	15408543314	191192642
A44=	1.1858101E+21		15408543314	191192642	2445959
			191192642	2445959	32938

$$\frac{1}{P_{x_4}} = \frac{A_{44}}{D} = \frac{1,1858101E + 21}{1.38204E + 21} = 0,8580; \sqrt{\frac{1}{P_{x_{44}}}} = 0,9263.$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (3.3.17) значення X спотвореної моделі отримаємо розрахункові значення y' , які будуть дещо відрізнятись від вихідних значень Y .

Таблиця 6. порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження

№	$x_{i\text{стн.}}$	$y_{\text{спотв.}}$	$y'_{\text{зрівноваж}}$	$V = y_i - y'_i$	V^2
1	0	8,726	8,736677	-1,053E-02	0,000110857
2	11,25	8,970	8,9637425	5,768E-03	3,32732E-05
3	22,5	8,9386	8,8823853	5,619E-02	0,003157333
4	33,75	8,5891	8,6125625	-2,350E-02	0,000552194
5	45	8,1042	8,2742315	-1,700E-01	0,028906993
6	56,25	8,1736	7,9873492	1,863E-01	0,034704284
7	67,5	7,8843	7,871873	1,247E-02	0,00015543
8	78,75	8,0266	8,0477601	-2,114E-02	0,000447042
9	84,375	8,1657	8,2824514	-1,168E-01	0,013630649
10	90	8,7162	8,6349675	8,123E-02	0,006597586
$n=10$	489,375	84,294	84,29	0,0000000	0,088296

Тоді, середня квадратична похибка одиниці ваги буде

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} = 0,121309276$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта a

$$m_a = \mu \sqrt{\frac{1}{P_a}} = 0,121309276 * 0,00001859 = 2,25513E - 06$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b

$$m_b = \mu \sqrt{\frac{1}{P_b}} = 0,121309276 * 0,00255 = 0,000309461$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта c

$$m_c = \mu \sqrt{\frac{1}{P_c}} = 0,121309276 * 0,0950 = 0,011523952$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта d

$$m_d = \mu \sqrt{\frac{1}{P_d}} = 0,121309276 * 0,9263 = 0,112367806$$

Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції $m\phi=$

0,11236781
0,06949401
0,07385187
0,06785017
0,061300
0,06773102
0,07207669
0,06143483
0,06587621
0,09846822

Перевірка моделі на адекватність за критерієм Фішера

Перевірка на адекватність за критерієм Фішера		
30,77182	>	4,533677
Модель адекватна експериментальним даним		

Встановлення значимості коефіцієнтів регресії

Коефіцієнти регресії значимі			
ta=	6,226535	t(0,05;6)=	2,446912
tb=	5,468744		
tc=	3,249368	t(0,08;6)=	2,104306
td=	77,75071		

Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності магнітного моменту Землі від широти.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів кубічним поліномом.
4. Отримана формула

$$y' = 0,000014042x^3 - 0,001692x^2 + 0,037446x + 8,736677.$$
 залежності магнітного моменту Землі Y від широти X .
5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає $\mu = 0,121309276 * 10^{22} \text{ ам}^2$.
6. Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта a при x^3 $m_a = 2,25513E - 06$;
 - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b при x^2 $m_b = 0,000309461$;
 - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта c при x $m_c = 0,011523952$;
 - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта d при $m_d = 0,112367806$

середні квадратичні похибки зрівноваженої функції $m\varphi=$

0,11236781
0,06949401
0,07385187
0,06785017
0,061300
0,06773102
0,07207669
0,06143483
0,06587621
0,09846822

7. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
8. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло.
9. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
10. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в курсі Фізика з основами геофізики.

Літературні джерела

1. Букеєв Б.О. Дослідження точності апроксимації залежності магнітного моменту Землі від широти методом статистичних випробувань Монте Карло. Модель ПГБ 61-.МЕГУ, Рівне, 2006, -29с.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1973,-831с.
3. Кошкин Н. И., Ширкевич М. Г. Справочник по элементарной физике. – М.: Наука, 1972,-255с.
4. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Т. 1. – К.: Техніка, 1999,-536с.
5. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., Луцик П. П. Загальний курс фізики. Т. 2. – К.: Техніка, 1999,-452с.
6. Кучерук І. М., Горбачук І. Т. Загальний курс фізики. Т.3 . – К.: Техніка, 1999,-520с.
7. Літнарівич Р. М. Дослідження точності апроксимації залежності магнітного моменту Землі від широти методом статистичних випробувань Монте Карло. Частина 1. МЕГУ, Рівне, 2006,-44с.
8. Літнарівич Р.М. Встановлення зв'язку між географічною і геомагнітною системами координат. Частина 2.МЕГУ,Рівне,2006,-47с.
9. Літнарівич Р.М. Фізика з основами геофізики. Курс лекцій.МЕГУ,Рівне,2007,-78с.
10. Літнарівич Р.М. Фізика з основами геофізики. Лабораторний практикум. Частина 1.МЕГУ,Рівне,2007,-44с.
11. Літнарівич Р.М. Фізика з основами геофізики. Лабораторний практикум. Частина 2.МЕГУ,Рівне,2008,-48с.
12. Мудров В. И., Кушко В. Л. Методы обработки измерений. – М.: Сов. радио, 1976,-192с.
13. Пастушенко С. М. Формули і закони загальної фізики: навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. 2е вид.: Діал., 2005,-2668с.

14. Рого К. Г. Метрологическая обработка результатов технических измерений. Справочное пособие. – К.:Техніка, 1987,-126с.
15. Розв'язування задач з курсу загальної фізики. Практикум/Остроухов А. А., Стрижевський В. Л., Цвілих М. Г. та інші. –К.: Радянська школа, 1966,-503с
16. Савельев И. В. Курс физики. Т.1. –М.:Наука, 1989,-352с
17. Савельев И. В. Курс физики. Т.2. –М.:Наука, 1989,-464с
18. Савельев И. В. Курс общей физики. –М.:Наука, 1982, - 304с
19. Ситніков О. П. Основи електродинаміки. Лабораторний практикум. Чернігів: ЧДІЕіУ, 2003,-48с
20. Суботін С. І. Кора і мантія Землі. –К.: Знання,1996, -39с.
21. Топографо-геодезические термины: справочник/ Кузьмин Б. С., Герасимов Ф. Я., Молоканов В. М. и др. – М.: Недра, 1989,-261с.
22. Федоров Є. П. Обертання Землі. – К.:Знання, 1966,-52с
23. Фізика з використанням обчислювальної техніки. Практичний курс/ В. М. Казанський, В. І. Кланченко, Д. Кошелева та ін. – К.: Либідь, 1993,-224с.

Додатки

Додаток 1.

Генерування псевдовипадкових чисел, підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

0,32	0,535	-0,215	0,04623	-0,0769	0,00590622
0,57	0,535	0,035	0,00123	0,01251	0,00015652
0,78	0,535	0,245	0,06003	0,08758	0,00766946
0,51	0,535	-0,025	0,00062	-0,0089	0,00007986
0,06	0,535	-0,475	0,22563	-0,1698	0,02882834
0,99	0,535	0,455	0,20703	0,16264	0,02645180
0,48	0,535	-0,055	0,00302	-0,0197	0,00038651
0,45	0,535	-0,085	0,00722	-0,0304	0,00092315
0,26	0,535	-0,275	0,07563	-0,0983	0,00966268
0,93	0,535	0,395	0,15603	0,14119	0,01993548
5,35	5,35	8E-16	0,78265	2,8E-16	0,1000000
A	B	C	D	E	F

Додаток 2.

Побудова спотвореної моделі

0	8,803	-0,0769	8,726
11,25	8,957	0,01251	8,970
22,5	8,851	0,08758	8,9386
33,75	8,598	-0,0089	8,5891
45	8,274	-0,1698	8,1042
56,25	8,011	0,16264	8,1736
67,5	7,904	-0,0197	7,8843
78,75	8,057	-0,0304	8,0266
84,375	8,264	-0,0983	8,1657
90	8,575	0,14119	8,7162
489,375	84,294	2,8E-16	84,294
I	G	E	H
Хексп.=Хістн.	Уістн.	Істинні похиб.	Усптв.

Додаток 3.

Розрахункова таблиця

0	1	0	0	0	0	0
11,25	1	126,563	1423,828	16018,066	180203,247	2027286,530
22,5	1	506,250	11390,625	256289,063	5766503,906	129746337,891
33,75	1	1139,063	38443,359	1297463,379	43789389,038	1477891880,035
45	1	2025,000	91125,000	4100625,000	184528125,000	8303765625,000
56,25	1	3164,063	177978,516	10011291,504	563135147,095	31676352024,078
67,5	1	4556,250	307546,875	20759414,063	1401260449,219	94585080322,266
78,75	1	6201,563	488373,047	38459377,441	3028675973,511	238508232913,971
84,375	1	7119,141	600677,490	50682163,239	4276307523,251	360813447274,268
90	1	8100,000	729000,000	65610000,000	5904900000,000	531441000000,000
489,375	10	32937,891	2445958,740	191192641,754	15408543314,266	1266937543664,040
I	J	K	L	M	N	O
Хексп.=Хістн.	X0	X^2	X^3	X^4	X^5	X^6

Продовження розрахункової таблиці

0	0	0	8,736677	-1,053E-02	0,000110857
100,906996	1135,204	12771,04171	8,9637425	5,768E-03	3,32732E-05
201,117947	4525,154	101815,9608	8,8823853	5,619E-02	0,003157333
289,880901	9783,48	330192,4637	8,6125625	-2,350E-02	0,000552194
364,68949	16411,03	738496,218	8,2742315	-1,700E-01	0,028906993
459,767255	25861,91	1454732,33	7,9873492	1,863E-01	0,034704284
532,192964	35923,03	2424804,193	7,871873	1,247E-02	0,00015543
632,096064	49777,57	3919983,247	8,0477601	-2,114E-02	0,000447042
688,981026	58132,77	4904952,81	8,2824514	-1,168E-01	0,013630649
784,457374	70601,16	6354104,729	8,6349675	8,123E-02	0,006597586
4054,090	272151,3	20241853,0	84,29	0,0000000	0,088296
P	Q	R	S	T	U
YX	YX^2	YX^3	Y'зрівн.	V=Yсптв.-Yз	VV

Додаток 4.

Розрахунок визначників

1266937543664,04	15408543314,27	191192642	2445959
15408543314,266	191192642	2445959	32937,891
191192641,754	2445959	32938	489
2445958,740	32938	489	10
D=	1,38204E+21		
20241852,9935	15408543314	191192642	2445959
272151,30091	191192642	2445959	32938
4054,0900176	2445959	32938	489
84,294000000	32938	489	10
D1=	1,9406E+16		
1266937543664	20241852,993	191192642	2445959
15408543314	272151,301	2445959	32938
191192642	4054,090	32938	489,375
2445959	84,2940	489,375	10
D2=	-2,3389E+18		
1266937543664	15408543314	20241853	2445958,7
15408543314	191192642	272151	32937,891
191192642	2445959	4054	489,375
2445959	32938	84,294	10
D3=	5,1751E+19		
1266937543664	15408543314	191192642	20241853
15408543314	191192642	2445959	272151
191192642	2445959	32938	4054
2445959	32938	489,375	84,294
D4=	1,2074E+22		

Додаток 5.

Вільні члени нормальних рівнянь

20241852,99
272151,301
4054,090
84,294

Додаток 6.

Розрахунок коефіцієнтів апроксимуючого поліному

a=D1/D=	0,000014042
b=D2/D=	-0,001692
c=D3/D=	0,037446
d=D4/D=	8,736677
Y=aX^3+bX^2+cX+d	

Нами виведена формула за результатами теоретичних досліджень:

$$y' = 0,000014042x^3 - 0,001692x^2 + 0,037446x + 8,736677.$$

Додаток 7.

Знаходження алгебраїчних доповнень

		1266937543664	15408543314	191192642
A44=	1,1858101,E+21	15408543314	191192642	2445959
		191192642	2445959	32938

		1266937543664	191192642	2445959
A22=	8,99382E+15	191192642	32938	489,375
		2445959	489	10

A33=	1,24719,E+19	1266937543664	15408543314	2445959
		15408543314	191192642	32938
		2445959	32938	10

		191192642	2445959	32938
A11=	4,7761E+11	2445959	32938	489,375
		32937,891	489,375	10

Додаток 8.

Контроль зрівноваження

[yy]-	a[yx^3]-	b[yx^2]	- c[yx] -	d[y]	=	0,088295643
					[VV] =	0,088295643
					Різниця=	0,000000

Додаток 9.

Оцінка точності зрівноважених елементів

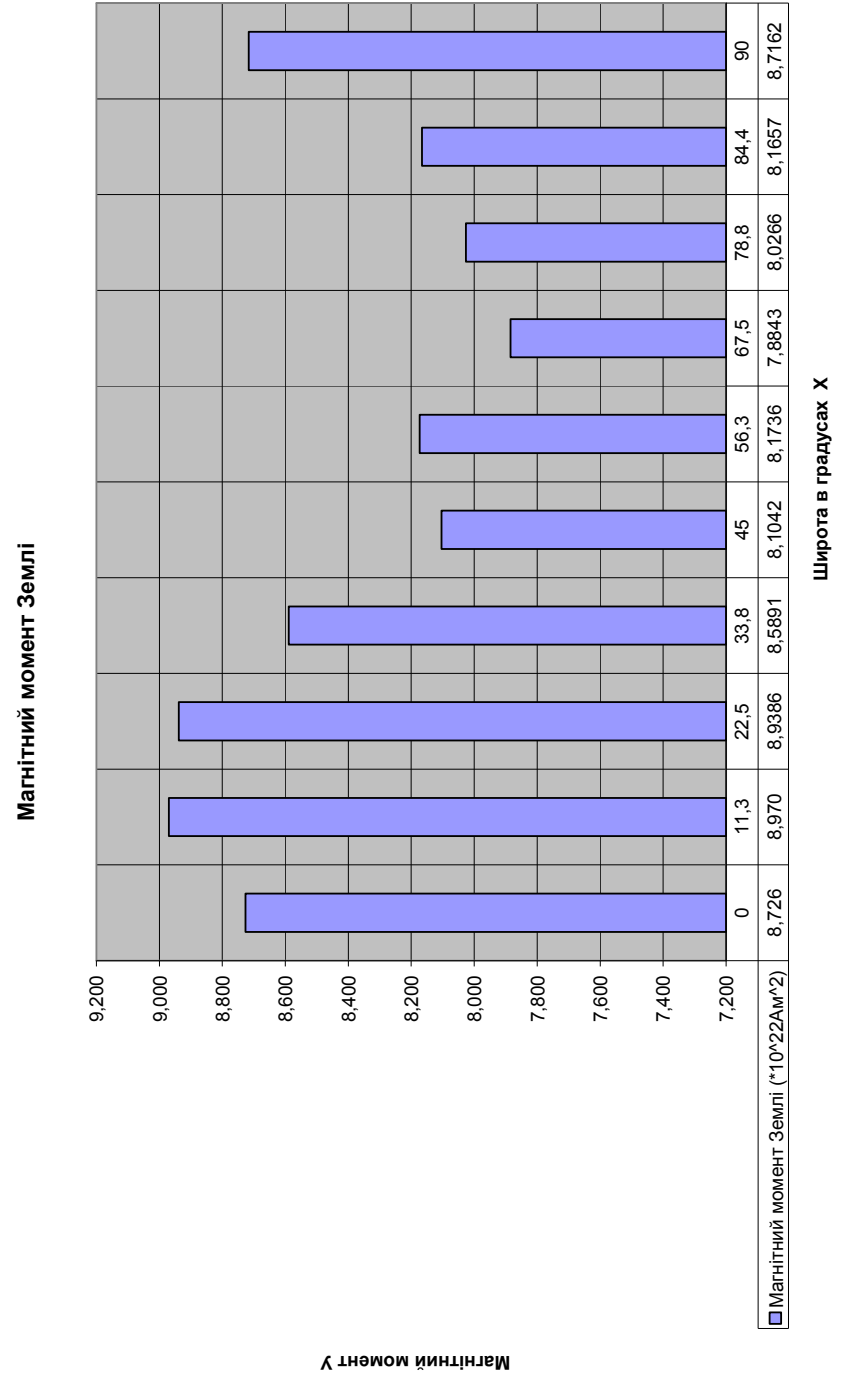
Середня квадратична похибка одиниці ваги	$\mu =$	0,121309276
Середня квадратична похибка коефіцієнта a	ma=	2,25513E-06
Середня квадратична похибка коефіцієнта b	mb=	0,000309461
Середня квадратична похибка коефіцієнта c	mc=	0,011523952
Середня квадратична похибка коефіцієнта d	md=	0,112367806

Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

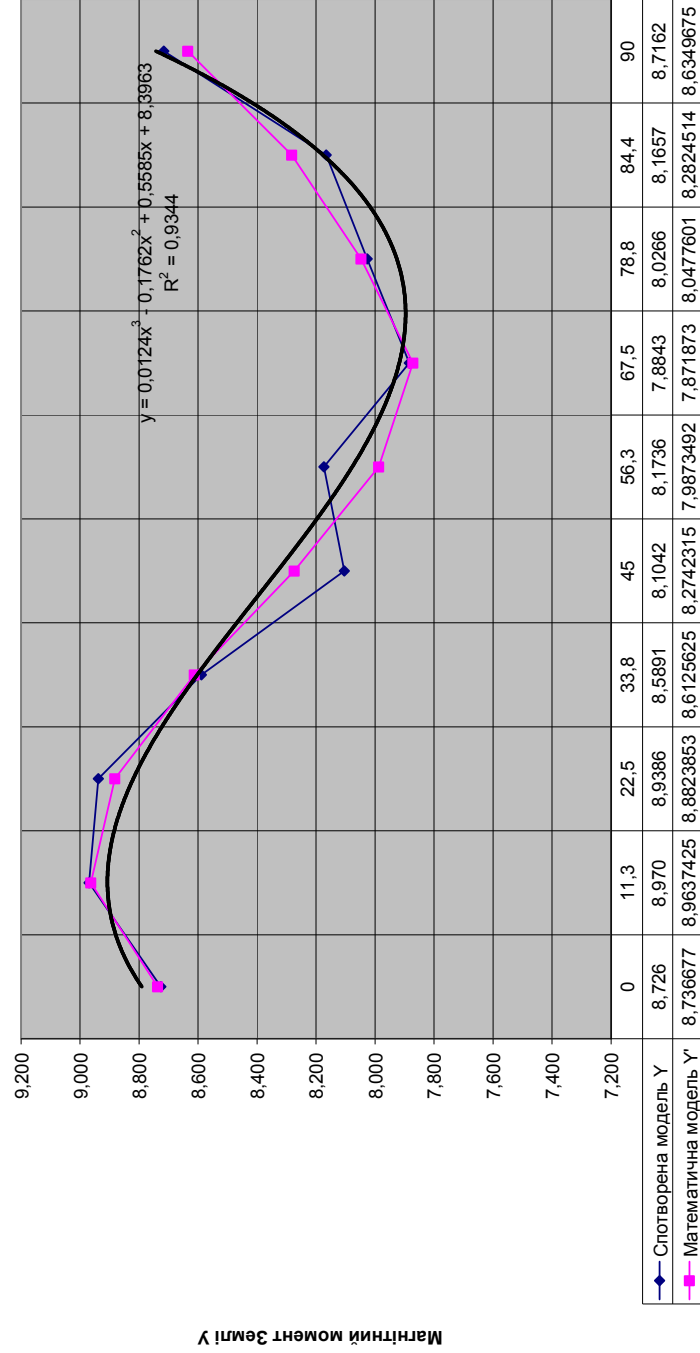
$m\varphi =$

0,11236781
0,06949401
0,07385187
0,06785017
0,061300
0,06773102
0,07207669
0,06143483
0,06587621
0,09846822

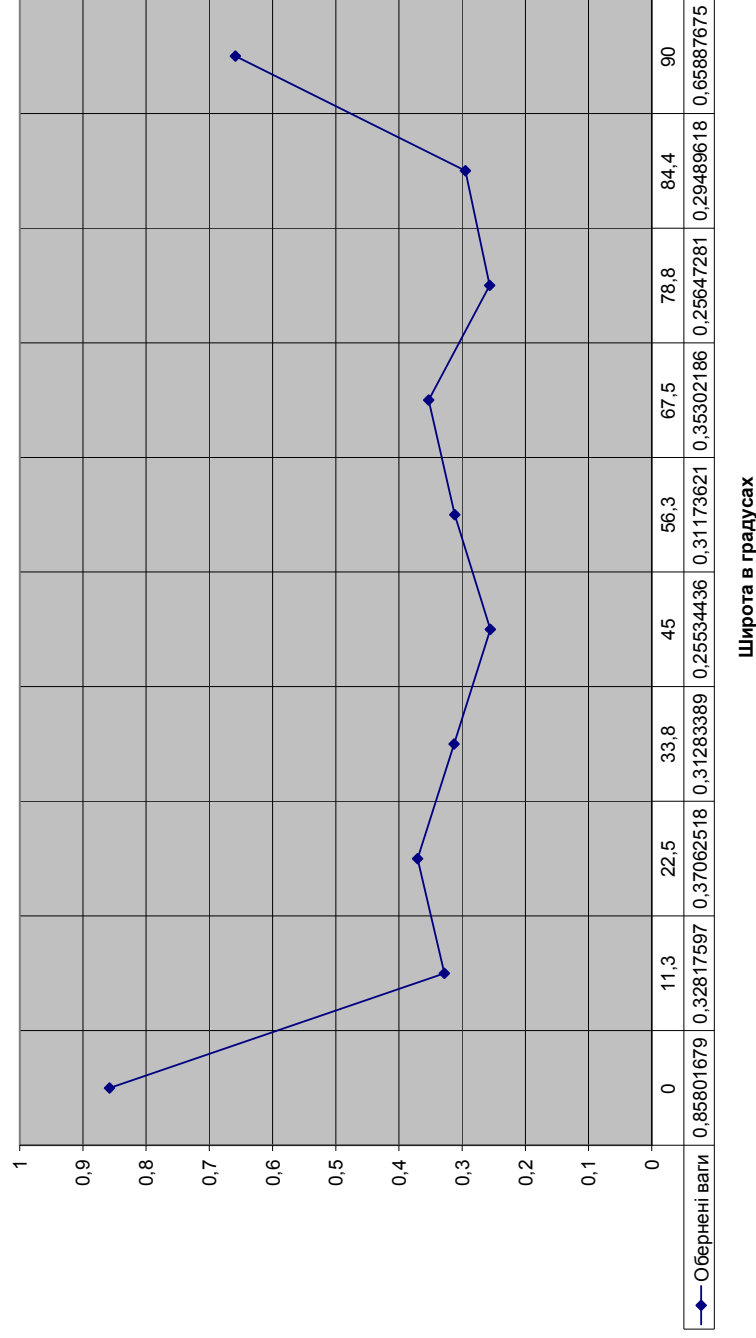
Додаток 10. Діаграми досліджень



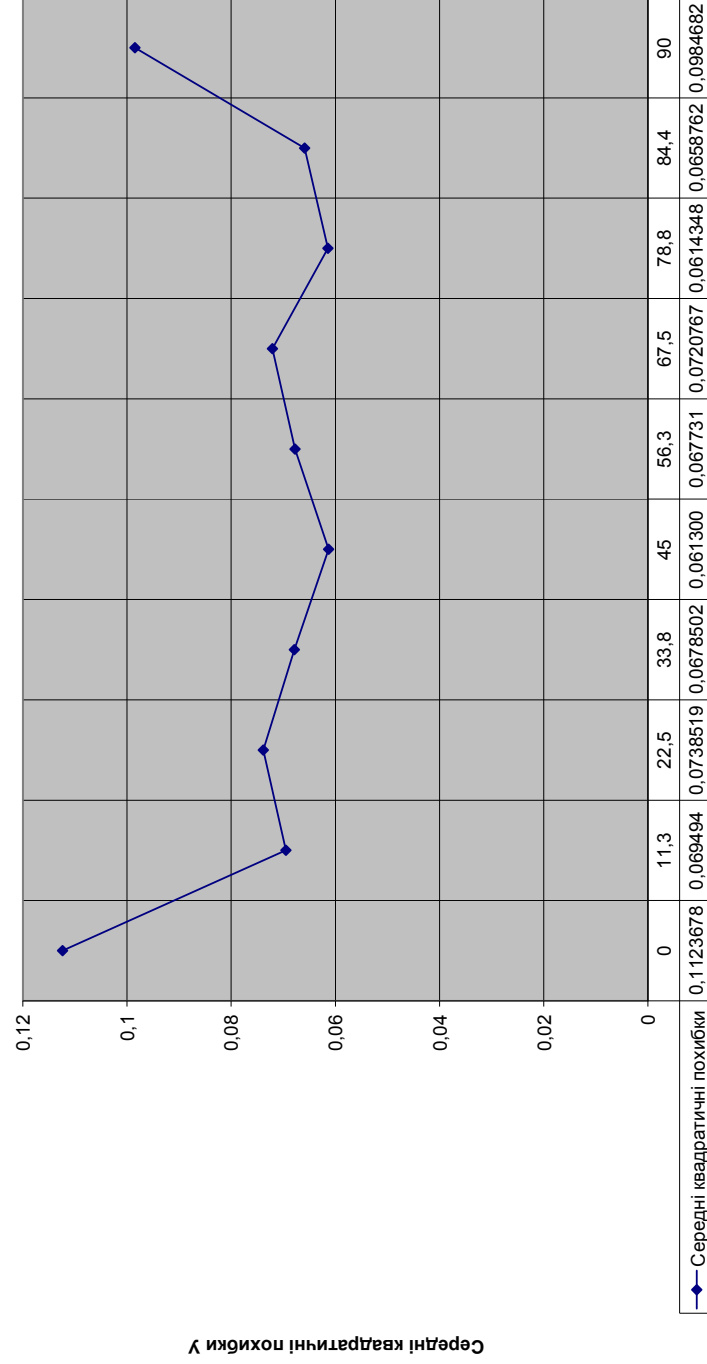
Апроксимація кубічним поліномом



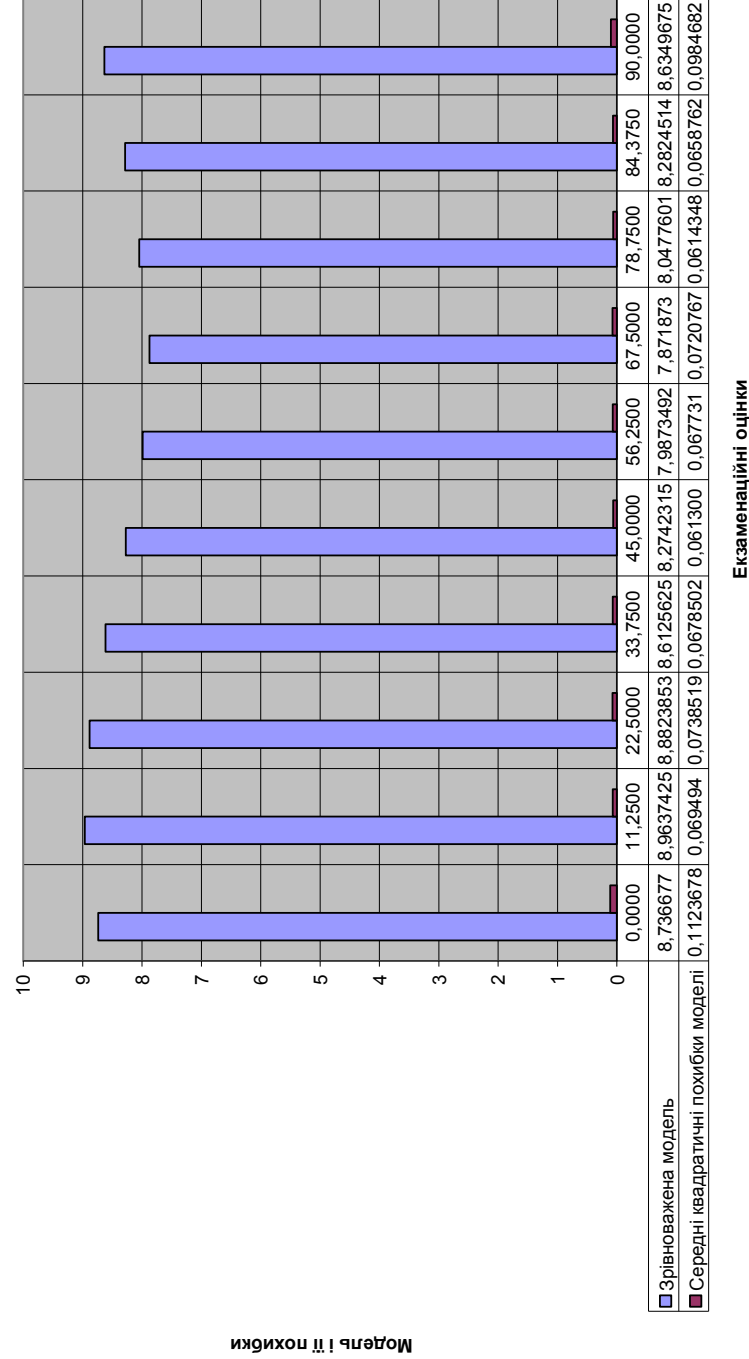
Обернені ваги



Середні квадратичні похибки

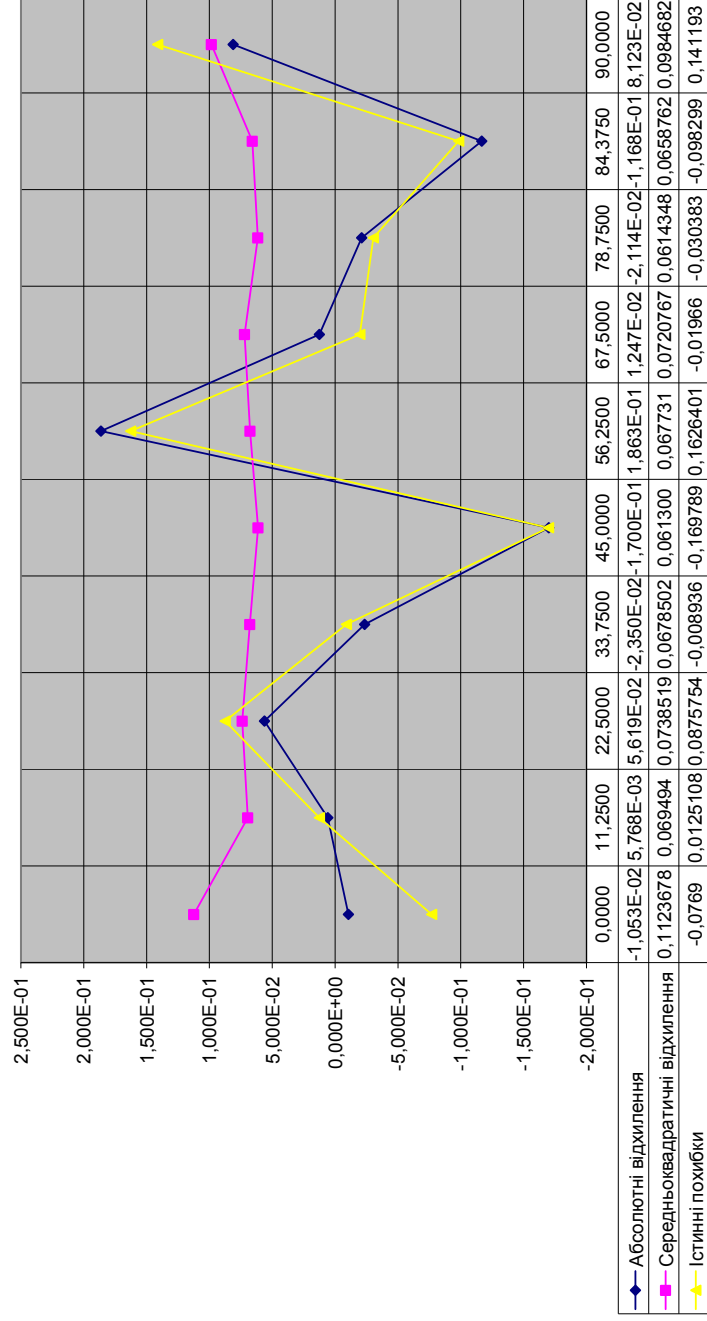


Зрівноважена модель і її похибки



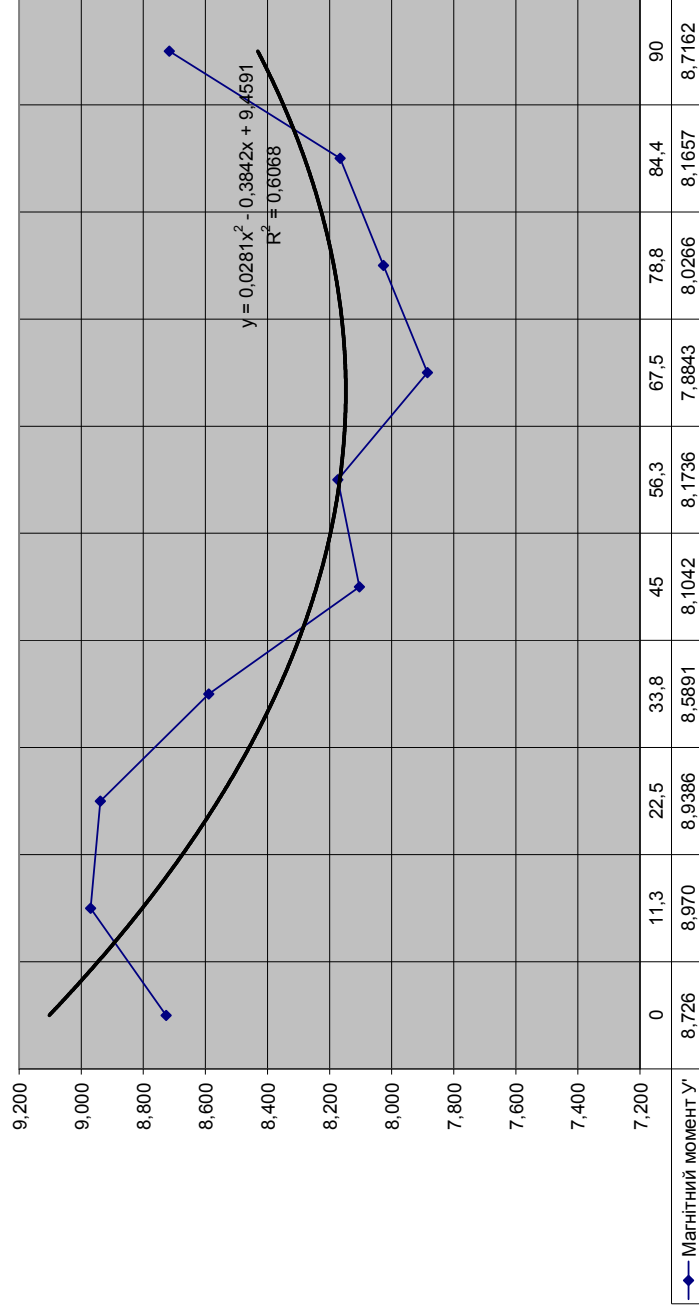
Модель і її похибки

Абсолютні і середньоквадратичні відхилення



Похибки моделі

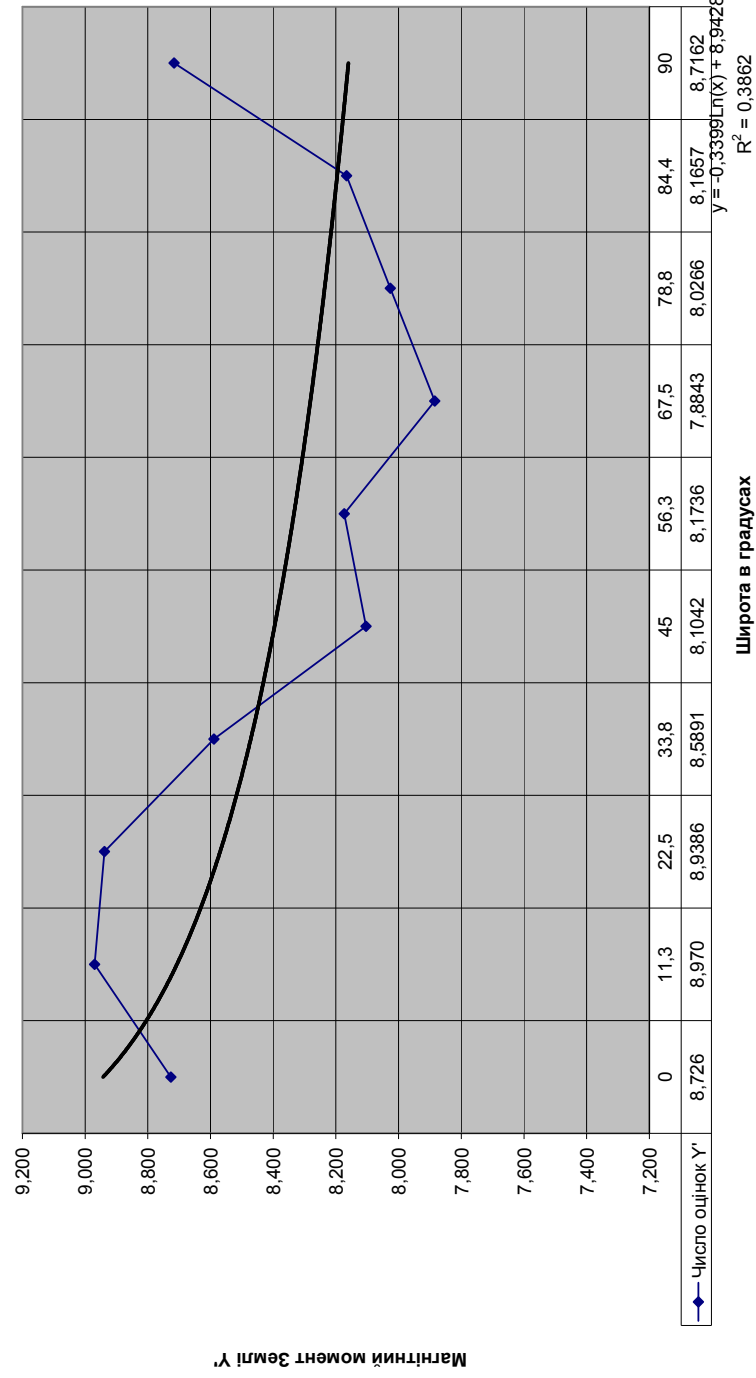
Апроксимація квадратичним поліномом



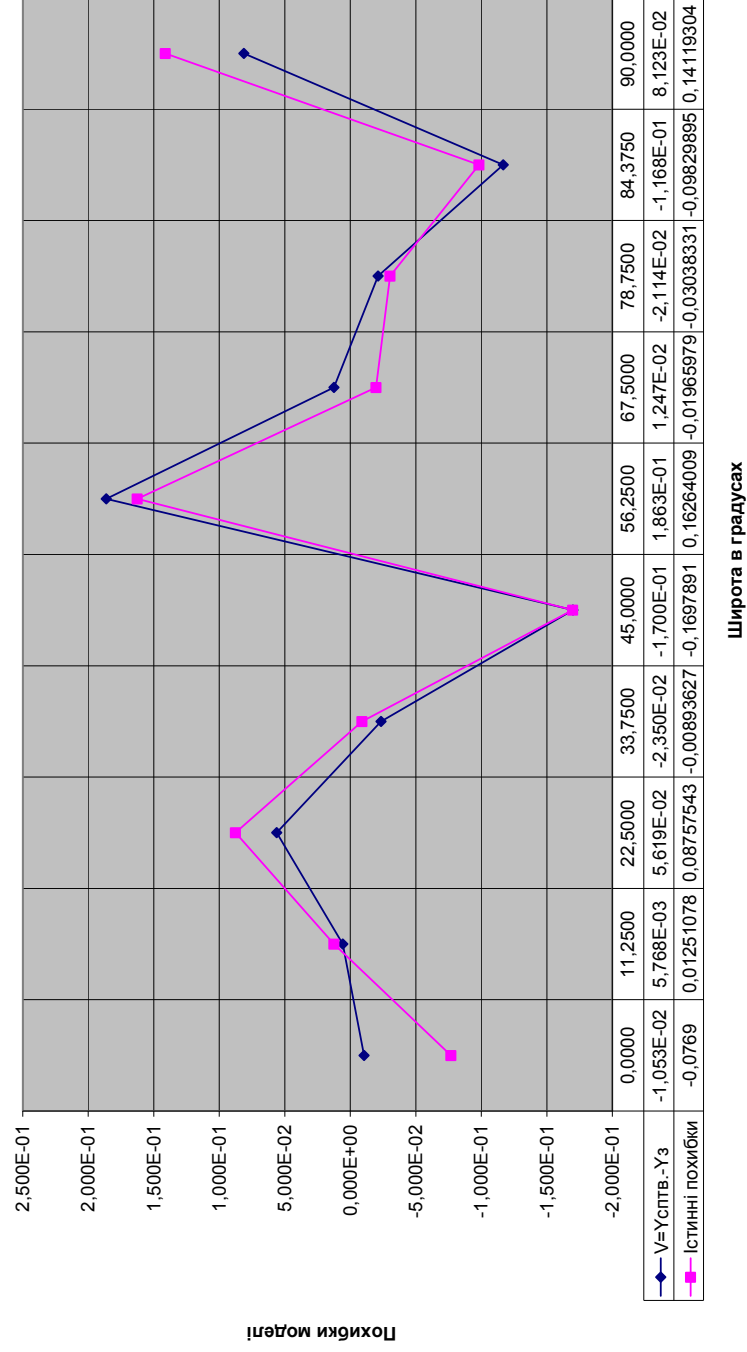
Магнітний момент Y

Ширина в градусах X

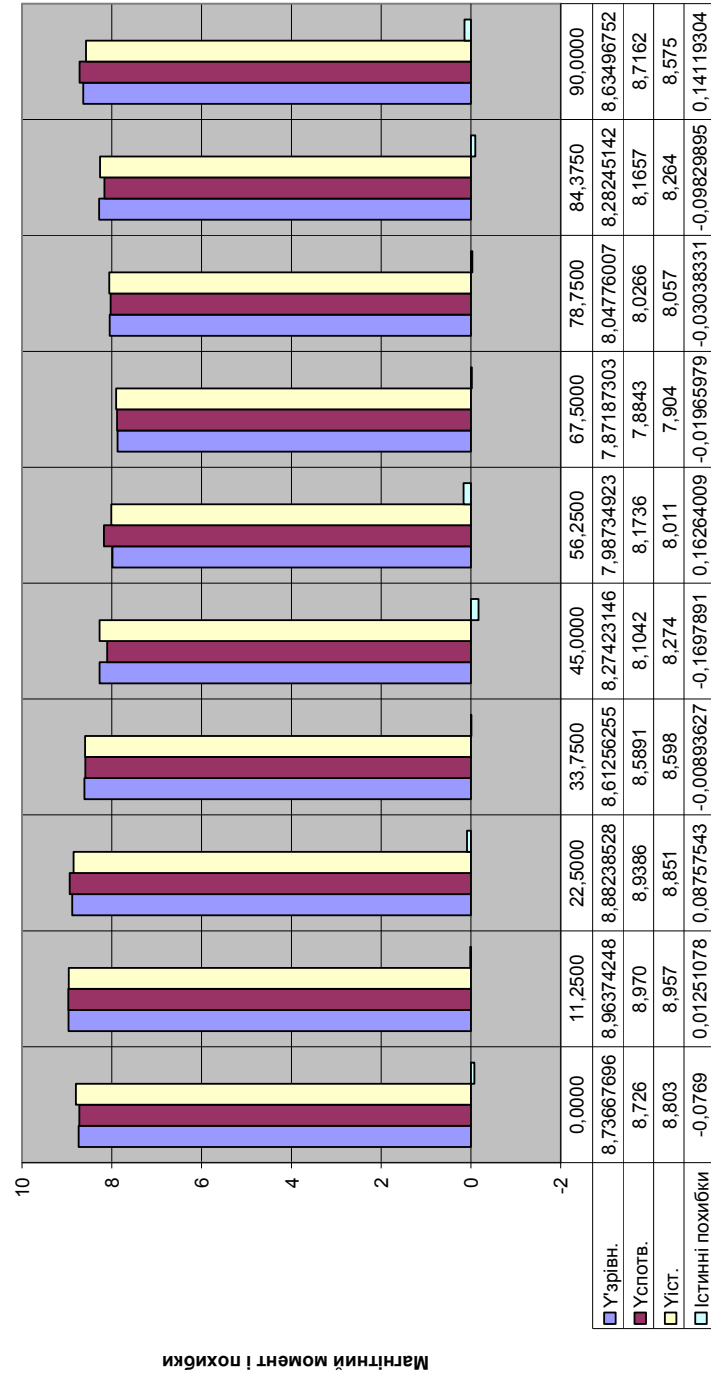
Апроксимація логарифмічною функцією



Істинні і абсолютні похибки



Математичні моделі і їх похибки



Магнітний момент і похибки

Додаток 11. Таблиці Валецького О.О.

Variant No./ Random values

Variant No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0.14	0.15	0.92	0.65	0.35	0.89	0.79	0.32	0.38	0.46	0.26	0.43	0.38	0.32	0.79	0.5	
0.28	0.84	0.19	0.71	0.69	0.39	0.93	0.75	0.1	0.58	0.2	0.97	0.49	0.44	0.59	0.23	
0.07	0.81	0.64	0.06	0.28	0.62	0.08	0.99	0.86	0.28	0.03	0.48	0.25	0.34	0.21	0.17	
0.06	0.79	0.82	0.14	0.8	0.86	0.51	0.32	0.82	0.3	0.66	0.47	0.09	0.38	0.44	0.6	
0.95	0.5	0.58	0.22	0.31	0.72	0.53	0.59	0.4	0.81	0.28	0.48	0.11	0.17	0.45	0.02	
0.84	0.1	0.27	0.01	0.93	0.85	0.21	0.1	0.55	0.59	0.64	0.46	0.22	0.94	0.89	0.54	
0.93	0.03	0.81	0.96	0.44	0.28	0.81	0.09	0.75	0.66	0.59	0.33	0.44	0.61	0.28	0.47	
0.56	0.48	0.23	0.37	0.86	0.78	0.31	0.65	0.27	0.12	0.01	0.9	0.91	0.45	0.64	0.85	
0.66	0.92	0.34	0.6	0.34	0.86	0.1	0.45	0.43	0.26	0.64	0.82	0.13	0.39	0.36	0.07	
0.26	0.02	0.49	0.14	0.12	0.73	0.72	0.45	0.87	0	0.66	0.06	0.31	0.55	0.88	0.17	

Variant No./ Random values

Variant No.	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
0.48	0.81	0.52	0.09	0.2	0.96	0.28	0.29	0.25	0.4	0.91	0.71	0.53	0.64	0.36	0.78	
0.92	0.59	0.03	0.6	0.01	0.13	0.3	0.53	0.05	0.48	0.82	0.04	0.66	0.52	0.13	0.84	
0.14	0.69	0.51	0.94	0.15	0.11	0.6	0.94	0.33	0.05	0.72	0.7	0.36	0.57	0.59	0.59	
0.19	0.53	0.09	0.21	0.86	0.11	0.73	0.81	0.93	0.26	0.11	0.79	0.31	0.05	0.11	0.85	
0.48	0.07	0.44	0.62	0.37	0.99	0.62	0.74	0.95	0.67	0.35	0.18	0.85	0.75	0.27	0.24	
0.89	0.12	0.27	0.93	0.81	0.83	0.01	0.19	0.49	0.12	0.98	0.33	0.67	0.33	0.62	0.44	
0.06	0.56	0.64	0.3	0.86	0.02	0.13	0.94	0.94	0.63	0.95	0.22	0.47	0.37	0.19	0.07	
0.02	0.17	0.98	0.6	0.94	0.37	0.02	0.77	0.05	0.39	0.21	0.71	0.76	0.29	0.31	0.76	
0.75	0.23	0.84	0.67	0.48	0.18	0.46	0.76	0.69	0.4	0.51	0.32	0	0.05	0.68	0.12	
0.71	0.45	0.26	0.35	0.6	0.82	0.77	0.85	0.77	0.13	0.42	0.75	0.77	0.89	0.6	0.91	

Variant No./ Random values

Variant No.	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
0.73	0.63	0.71	0.78	0.72	0.14	0.68	0.44	0.09	0.01	0.22	0.49	0.53	0.43	0.01	0.46	
0.54	0.95	0.85	0.37	0.1	0.5	0.79	0.22	0.79	0.68	0.92	0.58	0.92	0.35	0.42	0.01	
0.99	0.56	0.11	0.21	0.29	0.02	0.19	0.6	0.86	0.4	0.34	0.41	0.81	0.59	0.81	0.36	
0.29	0.77	0.47	0.71	0.3	0.99	0.6	0.51	0.87	0.07	0.21	0.13	0.49	0.99	0.99	0.98	
0.37	0.29	0.78	0.04	0.99	0.51	0.05	0.97	0.31	0.73	0.28	0.16	0.09	0.63	0.18	0.59	
0.5	0.24	0.45	0.94	0.55	0.34	0.69	0.08	0.3	0.26	0.42	0.52	0.23	0.08	0.25	0.33	
0.44	0.68	0.5	0.35	0.26	0.19	0.31	0.18	0.81	0.71	0.01	0	0.03	0.13	0.78	0.38	

0.75 0.28 0.86 0.58 0.75 0.33 0.2 0.83 0.81 0.42 0.06 0.17 0.17 0.76 0.69 0.14
0.73 0.03 0.59 0.82 0.53 0.49 0.04 0.28 0.75 0.54 0.68 0.73 0.11 0.59 0.56 0.28
0.63 0.88 0.23 0.53 0.78 0.75 0.93 0.75 0.19 0.57 0.78 0.18 0.57 0.78 0.05 0.32

Variant No./ Random values

49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64
0.17 0.12 0.26 0.8 0.66 0.13 0 0.19 0.27 0.87 0.66 0.11 0.19 0.59 0.09 0.21
0.64 0.2 0.19 0.89 0.38 0.09 0.52 0.57 0.2 0.1 0.65 0.48 0.58 0.63 0.27 0.88
0.65 0.93 0.61 0.53 0.38 0.18 0.27 0.96 0.82 0.3 0.3 0.19 0.52 0.03 0.53 0.01
0.85 0.29 0.68 0.99 0.57 0.73 0.62 0.25 0.99 0.41 0.38 0.91 0.24 0.97 0.21 0.77
0.52 0.83 0.47 0.91 0.31 0.51 0.55 0.74 0.85 0.72 0.42 0.45 0.41 0.5 0.69 0.59
0.5 0.82 0.95 0.33 0.11 0.68 0.61 0.72 0.78 0.55 0.88 0.9 0.75 0.09 0.83 0.81
0.75 0.46 0.37 0.46 0.49 0.39 0.31 0.92 0.55 0.06 0.04 0 0.92 0.77 0.01 0.67
0.11 0.39 0 0.98 0.48 0.82 0.4 0.12 0.85 0.83 0.61 0.6 0.35 0.63 0.7 0.76
0.6 0.1 0.47 0.1 0.18 0.19 0.42 0.95 0.55 0.96 0.19 0.89 0.46 0.76 0.78 0.37
0.44 0.94 0.48 0.25 0.53 0.79 0.77 0.47 0.26 0.84 0.71 0.04 0.04 0.75 0.34 0.64

Variant No./ Random values

65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80
0.62 0.08 0.04 0.66 0.84 0.25 0.9 0.69 0.49 0.12 0.93 0.31 0.36 0.77 0.02 0.89
0.89 0.15 0.21 0.04 0.75 0.21 0.62 0.05 0.69 0.66 0.02 0.4 0.58 0.03 0.81 0.5
0.19 0.35 0.11 0.25 0.33 0.82 0.43 0 0.35 0.58 0.76 0.4 0.24 0.74 0.96 0.47
0.32 0.63 0.91 0.41 0.99 0.27 0.26 0.04 0.26 0.99 0.22 0.79 0.67 0.82 0.35 0.47
0.81 0.63 0.6 0.09 0.34 0.17 0.21 0.64 0.12 0.19 0.92 0.45 0.86 0.31 0.5 0.3
0.28 0.61 0.82 0.97 0.45 0.55 0.7 0.67 0.49 0.83 0.85 0.05 0.49 0.45 0.88 0.58
0.69 0.26 0.99 0.56 0.9 0.92 0.72 0.1 0.79 0.75 0.09 0.3 0.29 0.55 0.32 0.11
0.65 0.34 0.49 0.87 0.2 0.27 0.55 0.96 0.02 0.36 0.48 0.06 0.65 0.49 0.91 0.19
0.88 0.18 0.34 0.79 0.77 0.53 0.56 0.63 0.69 0.8 0.74 0.26 0.54 0.25 0.27 0.86
0.25 0.51 0.81 0.84 0.17 0.57 0.46 0.72 0.89 0.09 0.77 0.77 0.27 0.93 0.8 0

Variant No./ Random values

81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96
0.81 0.64 0.7 0.6 0.01 0.61 0.45 0.24 0.91 0.92 0.17 0.32 0.17 0.21 0.47 0.72
0.35 0.01 0.41 0.44 0.19 0.73 0.56 0.85 0.48 0.16 0.13 0.61 0.15 0.73 0.52 0.55
0.21 0.33 0.47 0.57 0.41 0.84 0.94 0.68 0.43 0.85 0.23 0.32 0.39 0.07 0.39 0.41
0.43 0.33 0.45 0.47 0.76 0.24 0.16 0.86 0.25 0.18 0.98 0.35 0.69 0.48 0.55 0.62
0.09 0.92 0.19 0.22 0.21 0.84 0.27 0.25 0.5 0.25 0.42 0.56 0.88 0.76 0.71 0.79

0.04 0.94 0.6 0.16 0.53 0.46 0.68 0.04 0.98 0.86 0.27 0.23 0.27 0.91 0.78 0.6
0.85 0.78 0.43 0.83 0.82 0.79 0.67 0.97 0.66 0.81 0.45 0.41 0 0.95 0.38 0.83
0.78 0.63 0.6 0.95 0.06 0.8 0.06 0.42 0.25 0.12 0.52 0.05 0.11 0.73 0.92 0.98
0.48 0.96 0.08 0.41 0.28 0.48 0.86 0.26 0.94 0.56 0.04 0.24 0.19 0.65 0.28 0.5
0.22 0.21 0.06 0.61 0.18 0.63 0.06 0.74 0.42 0.78 0.62 0.2 0.39 0.19 0.49 0.45

Variant No./ Random values

97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112
0.04 0.71 0.23 0.71 0.37 0.86 0.96 0.09 0.56 0.36 0.43 0.71 0.91 0.72 0.87 0.46
0.77 0.64 0.65 0.75 0.73 0.96 0.24 0.13 0.89 0.08 0.65 0.83 0.26 0.45 0.99 0.58
0.13 0.39 0.04 0.78 0.02 0.75 0.9 0.09 0.94 0.65 0.76 0.4 0.78 0.95 0.12 0.69
0.46 0.83 0.98 0.35 0.25 0.95 0.7 0.98 0.25 0.82 0.26 0.2 0.52 0.24 0.89 0.4
0.77 0.26 0.71 0.94 0.78 0.26 0.84 0.82 0.6 0.14 0.76 0.99 0.09 0.02 0.64 0.01
0.36 0.39 0.44 0.37 0.45 0.53 0.05 0.06 0.82 0.03 0.49 0.62 0.52 0.45 0.17 0.49
0.39 0.96 0.51 0.43 0.14 0.29 0.8 0.91 0.9 0.65 0.92 0.5 0.93 0.72 0.21 0.69
0.64 0.61 0.51 0.57 0.09 0.85 0.83 0.87 0.41 0.05 0.97 0.88 0.59 0.59 0.77 0.29
0.75 0.49 0.89 0.3 0.16 0.17 0.53 0.92 0.84 0.68 0.13 0.82 0.68 0.68 0.38 0.68
0.94 0.27 0.74 0.15 0.59 0.91 0.85 0.59 0.25 0.24 0.59 0.53 0.95 0.94 0.31 0.04

Variant No./ Random values

113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128
0.99 0.72 0.52 0.46 0.8 0.84 0.59 0.87 0.27 0.36 0.44 0.69 0.58 0.48 0.65 0.38
0.36 0.73 0.62 0.22 0.62 0.6 0.99 0.12 0.46 0.08 0.05 0.12 0.43 0.88 0.43 0.9
0.45 0.12 0.44 0.13 0.65 0.49 0.76 0.27 0.8 0.79 0.77 0.15 0.69 0.14 0.35 0.99
0.77 0 0.12 0.96 0.16 0.08 0.94 0.41 0.69 0.48 0.68 0.55 0.58 0.48 0.4 0.63
0.53 0.42 0.2 0.72 0.22 0.58 0.28 0.48 0.86 0.48 0.15 0.84 0.56 0.02 0.85 0.06
0.01 0.68 0.42 0.73 0.94 0.52 0.26 0.74 0.67 0.67 0.88 0.95 0.25 0.21 0.38 0.52
0.25 0.49 0.95 0.46 0.66 0.72 0.78 0.23 0.98 0.64 0.56 0.59 0.61 0.16 0.35 0.48
0.86 0.23 0.05 0.77 0.45 0.64 0.98 0.03 0.55 0.93 0.63 0.45 0.68 0.17 0.43 0.24
0.11 0.25 0.15 0.07 0.6 0.69 0.47 0.94 0.51 0.09 0.65 0.96 0.09 0.4 0.25 0.22
0.88 0.79 0.71 0.08 0.93 0.14 0.56 0.69 0.13 0.68 0.67 0.22 0.87 0.48 0.94 0.05

Variant No./ Random values

129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144
0.6 0.1 0.15 0.03 0.3 0.86 0.17 0.92 0.86 0.8 0.92 0.08 0.74 0.76 0.09 0.17
0.82 0.49 0.38 0.58 0.9 0.09 0.71 0.49 0.09 0.67 0.59 0.85 0.26 0.13 0.65 0.54
0.97 0.81 0.89 0.31 0.29 0.78 0.48 0.21 0.68 0.29 0.98 0.94 0.87 0.22 0.65 0.88

0.04 0.85 0.75 0.64 0.01 0.42 0.7 0.47 0.75 0.55 0.13 0.23 0.79 0.64 0.14 0.51
0.52 0.37 0.46 0.23 0.43 0.64 0.54 0.28 0.58 0.44 0.47 0.95 0.26 0.58 0.67 0.82
0.1 0.51 0.14 0.13 0.54 0.73 0.57 0.39 0.52 0.31 0.13 0.42 0.71 0.66 0.1 0.21
0.35 0.96 0.95 0.36 0.23 0.14 0.42 0.95 0.24 0.84 0.93 0.71 0.87 0.11 0.01 0.45
0.76 0.54 0.03 0.59 0.02 0.79 0.93 0.44 0.03 0.74 0.2 0.07 0.31 0.05 0.78 0.53
0.9 0.62 0.19 0.83 0.87 0.44 0.78 0.08 0.47 0.84 0.89 0.68 0.33 0.21 0.44 0.57
0.13 0.86 0.87 0.51 0.94 0.35 0.06 0.43 0.02 0.18 0.45 0.31 0.91 0.04 0.84 0.81

Variant No./ Random values

145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160
0 0.53 0.7 0.61 0.46 0.8 0.67 0.49 0.19 0.27 0.81 0.91 0.19 0.79 0.39 0.95
0.2 0.61 0.41 0.96 0.63 0.42 0.87 0.54 0.44 0.06 0.43 0.74 0.51 0.23 0.71 0.81
0.92 0.17 0.99 0.98 0.39 0.1 0.15 0.91 0.95 0.61 0.81 0.46 0.75 0.14 0.26 0.91
0.23 0.97 0.48 0.94 0.09 0.07 0.18 0.64 0.94 0.23 0.19 0.61 0.56 0.79 0.45 0.2
0.8 0.95 0.14 0.65 0.5 0.22 0.52 0.31 0.6 0.38 0.81 0.93 0.01 0.42 0.09 0.37
0.62 0.13 0.78 0.55 0.95 0.66 0.38 0.93 0.77 0.87 0.08 0.3 0.39 0.06 0.97 0.92
0.07 0.73 0.46 0.72 0.21 0.82 0.56 0.25 0.99 0.66 0.15 0.01 0.42 0.15 0.03 0.06
0.8 0.38 0.44 0.77 0.34 0.54 0.92 0.02 0.6 0.54 0.14 0.66 0.59 0.25 0.2 0.14
0.97 0.44 0.28 0.5 0.73 0.25 0.18 0.66 0.6 0.02 0.13 0.24 0.34 0.08 0.81 0.9
0.71 0.04 0.86 0.33 0.17 0.34 0.64 0.96 0.51 0.45 0.39 0.05 0.79 0.62 0.68 0.56

Variant No./ Random values

161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176
0.1 0.05 0.5 0.81 0.06 0.65 0.87 0.96 0.99 0.81 0.63 0.57 0.47 0.36 0.38 0.4
0.52 0.57 0.14 0.59 0.1 0.28 0.97 0.06 0.41 0.4 0.11 0.09 0.71 0.2 0.62 0.8
0.43 0.9 0.39 0.75 0.95 0.15 0.67 0.71 0.57 0.7 0.04 0.2 0.33 0.78 0.69 0.93
0.6 0.07 0.23 0.05 0.58 0.76 0.31 0.76 0.35 0.94 0.21 0.87 0.31 0.25 0.14 0.71
0.2 0.53 0.29 0.28 0.19 0.18 0.26 0.18 0.61 0.25 0.86 0.73 0.21 0.57 0.91 0.98
0.41 0.48 0.48 0.82 0.91 0.64 0.47 0.06 0.09 0.57 0.52 0.7 0.69 0.57 0.22 0.09
0.17 0.56 0.71 0.16 0.72 0.29 0.1 0.98 0.16 0.9 0.91 0.52 0.8 0.17 0.35 0.06
0.71 0.27 0.48 0.58 0.32 0.22 0.87 0.18 0.35 0.2 0.93 0.53 0.96 0.57 0.25 0.12
0.1 0.83 0.57 0.91 0.51 0.36 0.98 0.82 0.09 0.14 0.44 0.21 0 0.67 0.51 0.03
0.34 0.67 0.11 0.03 0.14 0.12 0.67 0.11 0.13 0.69 0.9 0.86 0.58 0.51 0.63 0.98

Variant No./ Random values

177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192
0.31 0.5 0.19 0.7 0.16 0.51 0.51 0.16 0.85 0.17 0.14 0.37 0.65 0.76 0.18 0.35

0.15 0.56 0.5 0.88 0.49 0.09 0.98 0.98 0.59 0.98 0.23 0.87 0.34 0.55 0.28 0.33
0.16 0.35 0.5 0.76 0.47 0.91 0.85 0.35 0.89 0.32 0.26 0.18 0.54 0.89 0.63 0.21
0.32 0.93 0.3 0.89 0.85 0.7 0.64 0.2 0.46 0.75 0.25 0.9 0.7 0.91 0.54 0.81
0.41 0.65 0.49 0.85 0.94 0.61 0.63 0.71 0.8 0.27 0.09 0.81 0.99 0.43 0.09 0.92
0.44 0.88 0.95 0.75 0.71 0.28 0.28 0.9 0.59 0.23 0.23 0.32 0.6 0.97 0.29 0.97
0.12 0.08 0.44 0.33 0.57 0.32 0.65 0.48 0.93 0.82 0.39 0.11 0.93 0.25 0.97 0.46
0.36 0.67 0.3 0.58 0.36 0.04 0.14 0.28 0.13 0.88 0.3 0.32 0.03 0.82 0.49 0.03
0.75 0.89 0.85 0.24 0.37 0.44 0.17 0.02 0.91 0.32 0.76 0.56 0.18 0.09 0.37 0.73
0.44 0.4 0.3 0.7 0.74 0.69 0.21 0.12 0.01 0.91 0.3 0.2 0.33 0.03 0.8 0.19

Variant No./ Random values

193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208
0.76 0.21 0.1 0.11 0 0.44 0.92 0.93 0.21 0.51 0.6 0.84 0.24 0.44 0.85 0.96
0.37 0.66 0.98 0.38 0.95 0.22 0.86 0.84 0.78 0.31 0.23 0.55 0.26 0.58 0.21 0.31
0.44 0.95 0.76 0.85 0.72 0.62 0.43 0.34 0.41 0.89 0.3 0.39 0.68 0.64 0.26 0.24
0.34 0.1 0.77 0.32 0.26 0.97 0.8 0.28 0.07 0.31 0.89 0.15 0.44 0.11 0.01 0.04
0.46 0.82 0.32 0.52 0.71 0.62 0.01 0.05 0.26 0.52 0.27 0.21 0.11 0.66 0.03 0.96
0.66 0.55 0.73 0.09 0.25 0.47 0.11 0.05 0.57 0.85 0.37 0.63 0.46 0.68 0.2 0.65
0.31 0.09 0.89 0.65 0.26 0.91 0.86 0.2 0.56 0.47 0.69 0.31 0.25 0.7 0.58 0.63
0.56 0.62 0.01 0.85 0.58 0.1 0.07 0.29 0.36 0.06 0.59 0.87 0.64 0.86 0.11 0.79
0.1 0.45 0.33 0.48 0.85 0.03 0.46 0.11 0.36 0.57 0.68 0.67 0.53 0.24 0.94 0.41
0.66 0.8 0.39 0.62 0.65 0.79 0.78 0.77 0.18 0.55 0.6 0.84 0.55 0.29 0.65 0.41

Variant No./ Random values

209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224
0.26 0.65 0.4 0.85 0.3 0.61 0.43 0.44 0.43 0.18 0.58 0.67 0.69 0.75 0.14 0.56
0.61 0.4 0.68 0 0.7 0.02 0.37 0.87 0.76 0.59 0.13 0.44 0.01 0.71 0.27 0.49
0.47 0.04 0.2 0.56 0.22 0.3 0.53 0.89 0.94 0.56 0.13 0.14 0.07 0.11 0.27 0
0.04 0.07 0.85 0.47 0.33 0.26 0.99 0.39 0.08 0.14 0.54 0.66 0.46 0.45 0.88 0.07
0.97 0.27 0.08 0.26 0.68 0.3 0.63 0.43 0.28 0.58 0.78 0.56 0.98 0.3 0.52 0.35
0.8 0.89 0.33 0.06 0.57 0.57 0.4 0.67 0.95 0.45 0.71 0.63 0.77 0.52 0.54 0.2
0.21 0.14 0.95 0.57 0.61 0.58 0.14 0 0.25 0.01 0.26 0.22 0.85 0.94 0.13 0.02
0.16 0.47 0.15 0.5 0.97 0.92 0.59 0.23 0.09 0.9 0.79 0.65 0.47 0.37 0.61 0.25
0.51 0.76 0.56 0.75 0.13 0.57 0.51 0.78 0.29 0.66 0.64 0.54 0.77 0.91 0.74 0.5
0.11 0.29 0.96 0.14 0.89 0.03 0.04 0.63 0.99 0.47 0.13 0.29 0.62 0.1 0.73 0.4

Variant No./ Random values

225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240
0.43 0.75 0.18 0.95 0.73 0.59 0.61 0.45 0.89 0.01 0.93 0.89 0.71 0.31 0.11 0.79
0.04 0.29 0.78 0.28 0.56 0.47 0.5 0.32 0.03 0.19 0.86 0.91 0.51 0.4 0.28 0.7
0.8 0.85 0.99 0.04 0.8 0.1 0.94 0.12 0.14 0.72 0.21 0.31 0.79 0.47 0.64 0.77
0.72 0.62 0.24 0.14 0.25 0.48 0.54 0.54 0.03 0.32 0.15 0.71 0.85 0.3 0.61 0.42
0.28 0.81 0.37 0.58 0.5 0.43 0.06 0.33 0.21 0.75 0.18 0.29 0.79 0.86 0.62 0.23
0.71 0.72 0.15 0.91 0.6 0.77 0.16 0.69 0.25 0.47 0.48 0.73 0.89 0.86 0.65 0.49
0.49 0.45 0.01 0.14 0.65 0.4 0.62 0.84 0.33 0.66 0.39 0.37 0.9 0.03 0.97 0.69
0.26 0.56 0.72 0.14 0.63 0.85 0.3 0.67 0.36 0.09 0.65 0.71 0.2 0.91 0.8 0.76
0.38 0.32 0.71 0.66 0.41 0.62 0.74 0.88 0.88 0 0.78 0.69 0.25 0.6 0.29 0.02
0.28 0.47 0.21 0.04 0.03 0.17 0.21 0.18 0.6 0.82 0.04 0.19 0 0.04 0.22 0.96

Variant No./ Random values

241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256
0.61 0.71 0.19 0.63 0.77 0.92 0.13 0.37 0.57 0.51 0.14 0.95 0.95 0.01 0.56 0.6
0.49 0.63 0.18 0.62 0.94 0.72 0.65 0.47 0.36 0.42 0.52 0.3 0.81 0.77 0.03 0.67
0.51 0.59 0.06 0.73 0.5 0.23 0.5 0.72 0.83 0.54 0.05 0.67 0.04 0.03 0.86 0.74
0.35 0.13 0.62 0.22 0.24 0.77 0.15 0.89 0.15 0.04 0.95 0.3 0.98 0.44 0.48 0.93
0.33 0.09 0.63 0.4 0.87 0.8 0.76 0.93 0.25 0.99 0.39 0.78 0.05 0.41 0.93 0.41
0.44 0.73 0.77 0.44 0.18 0.42 0.63 0.12 0.98 0.6 0.8 0.99 0.88 0.86 0.87 0.41
0.32 0.6 0.47 0.21 0.56 0.95 0.16 0.23 0.96 0.58 0.64 0.57 0.3 0.21 0.63 0.15
0.98 0.19 0.31 0.95 0.16 0.73 0.53 0.81 0.29 0.74 0.16 0.77 0.29 0.47 0.86 0.72
0.42 0.29 0.24 0.65 0.43 0.66 0.8 0.09 0.8 0.67 0.69 0.28 0.23 0.82 0.8 0.68
0.99 0.64 0 0.48 0.24 0.35 0.4 0.37 0.01 0.41 0.63 0.14 0.96 0.58 0.97 0.94

Variant No./ Random values

257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272
0.09 0.24 0.32 0.37 0.89 0.69 0.07 0.06 0.97 0.79 0.42 0.23 0.62 0.5 0.82 0.21
0.68 0.89 0.57 0.38 0.37 0.98 0.62 0.3 0.01 0.59 0.37 0.76 0.47 0.16 0.51 0.22
0.89 0.35 0.78 0.6 0.15 0.88 0.16 0.17 0.55 0.78 0.29 0.73 0.52 0.33 0.44 0.6
0.42 0.81 0.51 0.26 0.27 0.2 0.37 0.34 0.31 0.46 0.53 0.19 0.77 0.77 0.41 0.6
0.31 0.99 0.06 0.65 0.54 0.18 0.76 0.39 0.79 0.29 0.33 0.44 0.19 0.52 0.15 0.41
0.34 0.18 0.99 0.48 0.54 0.44 0.73 0.45 0.67 0.38 0.31 0.62 0.49 0.93 0.41 0.91
0.31 0.81 0.48 0.09 0.27 0.77 0.71 0.03 0.86 0.38 0.77 0.34 0.31 0.77 0.2 0.75
0.45 0.65 0.45 0.32 0.2 0.77 0.7 0.92 0.12 0.01 0.9 0.51 0.66 0.09 0.62 0.8

0.49 0.09 0.26 0.36 0.01 0.97 0.59 0.88 0.28 0.16 0.13 0.32 0.31 0.66 0.63 0.65
0.28 0.61 0.93 0.26 0.68 0.63 0.36 0.06 0.27 0.35 0.67 0.63 0.03 0.54 0.47 0.76

Variant No./ Random values

273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288
0.28 0.03 0.5 0.45 0.07 0.77 0.23 0.55 0.47 0.1 0.58 0.59 0.54 0.87 0.02 0.79
0.08 0.14 0.35 0.62 0.4 0.14 0.51 0.71 0.8 0.62 0.46 0.43 0.62 0.67 0.94 0.56
0.12 0.75 0.31 0.81 0.34 0.07 0.83 0.3 0.33 0.62 0.54 0.23 0.27 0.83 0.94 0.49
0.75 0.38 0.24 0.37 0.2 0.58 0.35 0.31 0.14 0.77 0.11 0.99 0.26 0.06 0.38 0.13
0.34 0.67 0.76 0.87 0.96 0.95 0.97 0.03 0.09 0.83 0.39 0.13 0.07 0.71 0.09 0.87
0.04 0.08 0.59 0.13 0.37 0.46 0.41 0.44 0.28 0.22 0.77 0.26 0.34 0.65 0.94 0.7
0.47 0.45 0.87 0.84 0.77 0.87 0.2 0.19 0.27 0.71 0.52 0.8 0.73 0.17 0.67 0.9
0.77 0.07 0.15 0.72 0.13 0.44 0.47 0.3 0.6 0.57 0 0.73 0.34 0.92 0.43 0.69
0.31 0.13 0.83 0.5 0.49 0.31 0.63 0.12 0.84 0.04 0.25 0.12 0.19 0.25 0.65 0.17
0.98 0.06 0.94 0.11 0.35 0.28 0.01 0.31 0.47 0.01 0.3 0.47 0.81 0.64 0.37 0.88

Variant No./ Random values

289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304
0.51 0.85 0.29 0.09 0.28 0.54 0.52 0.01 0.16 0.58 0.39 0.34 0.19 0.65 0.62 0.13
0.49 0.14 0.34 0.15 0.95 0.62 0.58 0.65 0.86 0.55 0.7 0.55 0.26 0.9 0.49 0.65
0.2 0.98 0.58 0.03 0.38 0.5 0.72 0.24 0.26 0.48 0.29 0.39 0.72 0.85 0.84 0.78
0.31 0.63 0.05 0.77 0.77 0.56 0.06 0.88 0.87 0.64 0.46 0.24 0.82 0.46 0.85 0.79
0.26 0.03 0.95 0.35 0.27 0.73 0.48 0.03 0.04 0.8 0.29 0 0.58 0.76 0.07 0.58
0.25 0.1 0.47 0.47 0.09 0.16 0.43 0.96 0.13 0.62 0.67 0.6 0.44 0.92 0.56 0.27
0.42 0.04 0.2 0.83 0.2 0.85 0.66 0.11 0.9 0.62 0.54 0.54 0.33 0.72 0.13 0.15
0.35 0.95 0.84 0.5 0.68 0.77 0.24 0.6 0.29 0.01 0.61 0.87 0.66 0.79 0.52 0.4
0.61 0.63 0.42 0.52 0.25 0.77 0.19 0.54 0.29 0.16 0.29 0.91 0.93 0.06 0.45 0.53
0.77 0.99 0.14 0.03 0.73 0.4 0.43 0.28 0.75 0.26 0.28 0.88 0.96 0.39 0.95 0.87

Variant No./ Random values

305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320
0.94 0.75 0.72 0.91 0.74 0.64 0.26 0.35 0.74 0.55 0.25 0.4 0.79 0.09 0.14 0.51
0.35 0.71 0.11 0.36 0.94 0.1 0.91 0.19 0.39 0.32 0.51 0.91 0.07 0.6 0.2 0.82
0.52 0.02 0.61 0.87 0.98 0.53 0.18 0.87 0.7 0.58 0.42 0.97 0.25 0.91 0.67 0.78
0.13 0.14 0.96 0.99 0 0.9 0.19 0.21 0.16 0.97 0.17 0.37 0.27 0.84 0.76 0.84
0.72 0.68 0.6 0.84 0.9 0.03 0.37 0.7 0.24 0.24 0.29 0.16 0.51 0.3 0.05 0
0.51 0.68 0.32 0.33 0.64 0.35 0.03 0.89 0.51 0.7 0.29 0.89 0.39 0.22 0.33 0.45

0.17 0.22 0.01 0.38 0.12 0.8 0.69 0.65 0.01 0.17 0.84 0.4 0.87 0.45 0.19 0.6
0.12 0.12 0.28 0.59 0.93 0.71 0.62 0.31 0.3 0.17 0.11 0.44 0.48 0.46 0.4 0.9
0.38 0.9 0.64 0.49 0.54 0.44 0 0.61 0.98 0.69 0.07 0.54 0.85 0.16 0.02 0.63
0.27 0.5 0.52 0.98 0.34 0.91 0.87 0.4 0.78 0.66 0.8 0.88 0.18 0.33 0.85 0.1

Variant No./ Random values

321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336
0.22 0.83 0.34 0.5 0.85 0.04 0.86 0.08 0.25 0.03 0.93 0.02 0.13 0.32 0.19 0.71
0.55 0.18 0.43 0.06 0.35 0.45 0.5 0.07 0.66 0.82 0.82 0.94 0.93 0.04 0.13 0.77
0.65 0.52 0.79 0.39 0.75 0.17 0.54 0.61 0.39 0.53 0.98 0.46 0.83 0.39 0.36 0.38
0.3 0.47 0.46 0.11 0.99 0.66 0.53 0.85 0.81 0.53 0.84 0.2 0.56 0.85 0.33 0.86
0.21 0.86 0.72 0.52 0.33 0.4 0.28 0.3 0.87 0.11 0.23 0.28 0.27 0.89 0.21 0.25
0.07 0.71 0.26 0.29 0.46 0.32 0.29 0.56 0.39 0.89 0.89 0.89 0.35 0.82 0.11 0.67
0.45 0.62 0.7 0.1 0.21 0.83 0.56 0.46 0.22 0.01 0.34 0.96 0.71 0.51 0.88 0.19
0.09 0.73 0.03 0.81 0.19 0.8 0.04 0.97 0.34 0.07 0.23 0.96 0.1 0.36 0.85 0.4
0.66 0.43 0.19 0.39 0.5 0.97 0.9 0.19 0.06 0.99 0.63 0.95 0.52 0.45 0.3 0.05
0.45 0.05 0.8 0.68 0.55 0.01 0.95 0.67 0.3 0.22 0.92 0.19 0.13 0.93 0.39 0.18

Variant No./ Random values

337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352
0.56 0.8 0.34 0.49 0.03 0.98 0.2 0.59 0.55 0.1 0.02 0.26 0.35 0.35 0.36 0.19
0.2 0.41 0.99 0.47 0.45 0.53 0.85 0.93 0.81 0.02 0.34 0.39 0.55 0.44 0.95 0.97
0.78 0.37 0.79 0.02 0.37 0.42 0.16 0.17 0.27 0.11 0.17 0.23 0.64 0.34 0.35 0.43
0.94 0.78 0.22 0.18 0.18 0.52 0.86 0.24 0.08 0.51 0.4 0.06 0.66 0.04 0.43 0.32
0.58 0.88 0.56 0.98 0.67 0.05 0.43 0.15 0.47 0.06 0.96 0.57 0.47 0.45 0.85 0.5
0.33 0.23 0.23 0.34 0.21 0.07 0.3 0.15 0.45 0.94 0.05 0.16 0.55 0.37 0.9 0.68
0.66 0.27 0.33 0.37 0.99 0.58 0.51 0.15 0.62 0.57 0.84 0.32 0.29 0.88 0.27 0.37
0.23 0.19 0.89 0.87 0.57 0.14 0.15 0.95 0.78 0.11 0.19 0.63 0.58 0.33 0 0.59
0.4 0.87 0.3 0.68 0.12 0.16 0.02 0.87 0.64 0.96 0.28 0.67 0.44 0.6 0.47 0.74
0.64 0.91 0.59 0.95 0.05 0.49 0.73 0.74 0.25 0.62 0.69 0.01 0.04 0.9 0.37 0.78

Variant No./ Random values

353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368
0.19 0.86 0.83 0.59 0.38 0.14 0.65 0.74 0.12 0.68 0.04 0.92 0.56 0.48 0.79 0.85
0.56 0.14 0.53 0.72 0.34 0.78 0.67 0.33 0.03 0.9 0.46 0.88 0.38 0.34 0.36 0.34
0.65 0.53 0.79 0.49 0.86 0.41 0.92 0.7 0.56 0.38 0.72 0.93 0.17 0.48 0.72 0.33
0.2 0.83 0.76 0.01 0.12 0.3 0.29 0.91 0.13 0.67 0.93 0.86 0.27 0.08 0.94 0.38

0.79 0.93 0.62 0.01 0.62 0.95 0.15 0.41 0.33 0.71 0.42 0.48 0.92 0.83 0.07 0.22
0.01 0.26 0.9 0.14 0.75 0.46 0.68 0.47 0.65 0.35 0.76 0.16 0.47 0.73 0.79 0.46
0.75 0.2 0.04 0.9 0.75 0.71 0.55 0.52 0.78 0.19 0.65 0.36 0.21 0.32 0.39 0.26
0.4 0.61 0.6 0.13 0.63 0.58 0.15 0.59 0.07 0.42 0.2 0.2 0.2 0.31 0.87 0.27
0.76 0.05 0.27 0.72 0.19 0 0.55 0.61 0.48 0.42 0.55 0.51 0.87 0.92 0.53 0.03
0.43 0.51 0.39 0.84 0.42 0.53 0.22 0.34 0.15 0.76 0.23 0.36 0.1 0.64 0.25 0.06

Variant No./ Random values

369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384
0.39 0.04 0.97 0.5 0.08 0.65 0.62 0.71 0.09 0.53 0.59 0.19 0.46 0.58 0.97 0.51
0.41 0.31 0.03 0.48 0.22 0.76 0.93 0.06 0.24 0.74 0.35 0.36 0.32 0.56 0.91 0.6
0.78 0.15 0.47 0.81 0.81 0.15 0.28 0.43 0.66 0.79 0.57 0.06 0.11 0.08 0.61 0.53
0.31 0.5 0.44 0.52 0.12 0.74 0.73 0.92 0.45 0.44 0.94 0.54 0.23 0.68 0.28 0.86
0.06 0.13 0.4 0.84 0.14 0.86 0.37 0.76 0.7 0.09 0.61 0.2 0.71 0.51 0.24 0.91
0.4 0.43 0.02 0.72 0.53 0.86 0.07 0.64 0.82 0.36 0.34 0.14 0.33 0.46 0.23 0.51
0.89 0.75 0.76 0.64 0.52 0.16 0.41 0.37 0.67 0.96 0.9 0.31 0.49 0.5 0.19 0.1
0.85 0.75 0.98 0.44 0.23 0.91 0.98 0.62 0.91 0.64 0.21 0.93 0.99 0.49 0.07 0.23
0.62 0.34 0.64 0.68 0.44 0.11 0.73 0.94 0.03 0.26 0.59 0.18 0.4 0.44 0.37 0.8
0.51 0.33 0.38 0.94 0.52 0.57 0.42 0.39 0.95 0.08 0.29 0.65 0.91 0.22 0.85 0.08

Variant No./ Random values

385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400
0.55 0.58 0.21 0.57 0.25 0.03 0.1 0.71 0.25 0.7 0.12 0.66 0.83 0.02 0.4 0.29
0.29 0.52 0.52 0.2 0.11 0.87 0.26 0.76 0.75 0.62 0.2 0.41 0.54 0.2 0.51 0.61
0.84 0.16 0.34 0.84 0.75 0.65 0.16 0.99 0.98 0.11 0.61 0.41 0.01 0 0.29 0.96
0.07 0.83 0.86 0.9 0.92 0.91 0.6 0.3 0.28 0.84 0 0.26 0.91 0.04 0.14 0.07
0.92 0.88 0.62 0.15 0.07 0.84 0.24 0.51 0.67 0.09 0.08 0.7 0 0.69 0.92 0.82
0.12 0.06 0.6 0.41 0.83 0.71 0.8 0.65 0.35 0.56 0.72 0.52 0.53 0.25 0.67 0.53
0.28 0.61 0.29 0.1 0.42 0.48 0.77 0.61 0.82 0.58 0.29 0.76 0.51 0.57 0.95 0.98
0.47 0.03 0.56 0.22 0.26 0.29 0.34 0.86 0 0.34 0.15 0.87 0.22 0.98 0.05 0.34
0.98 0.96 0.5 0.22 0.62 0.91 0.74 0.87 0.88 0.2 0.27 0.34 0.2 0.92 0.22 0.24
0.53 0.39 0.85 0.62 0.64 0.76 0.69 0.14 0.9 0.55 0.62 0.84 0.25 0.03 0.91 0.27

Variant No./ Random values

401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416
0.57 0.71 0.02 0.84 0.02 0.79 0.98 0.06 0.63 0.65 0.82 0.54 0.88 0.92 0.64 0.88
0.02 0.54 0.56 0.61 0.01 0.72 0.96 0.7 0.26 0.64 0.07 0.65 0.59 0.04 0.29 0.09

0.94 0.56 0.81 0.5 0.65 0.26 0.53 0.05 0.37 0.18 0.29 0.41 0.27 0.03 0.36 0.93
0.13 0.78 0.51 0.78 0.6 0.9 0.4 0.7 0.86 0.67 0.11 0.49 0.65 0.58 0.34 0.34
0.34 0.76 0.93 0.38 0.57 0.81 0.71 0.13 0.86 0.45 0.58 0.73 0.67 0.81 0.23 0.01
0.45 0.87 0.68 0.71 0.26 0.6 0.34 0.89 0.13 0.9 0.95 0.62 0 0.99 0.39 0.36
0.1 0.31 0.02 0.91 0.61 0.61 0.52 0.88 0.13 0.84 0.37 0.9 0.99 0.04 0.23 0.17
0.47 0.33 0.63 0.94 0.8 0.45 0.75 0.93 0.14 0.93 0.14 0.05 0.29 0.76 0.34 0.75
0.74 0.81 0.19 0.35 0.67 0.09 0.11 0.01 0.37 0.75 0.17 0.21 0 0.8 0.31 0.55
0.9 0.24 0.85 0.3 0.9 0.66 0.92 0.03 0.76 0.71 0.92 0.2 0.33 0.22 0.9 0.94

Variant No./ Random values

417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432
0.33 0.46 0.76 0.85 0.14 0.22 0.14 0.47 0.73 0.79 0.39 0.37 0.51 0.7 0.34 0.43
0.66 0.19 0.91 0.04 0.03 0.37 0.51 0.11 0.73 0.54 0.71 0.91 0.85 0.5 0.46 0.44
0.9 0.26 0.36 0.55 0.12 0.81 0.62 0.28 0.82 0.44 0.62 0.57 0.59 0.16 0.33 0.3
0.39 0.1 0.72 0.25 0.38 0.37 0.42 0.18 0.21 0.4 0.88 0.35 0.08 0.65 0.73 0.91
0.77 0.15 0.09 0.68 0.28 0.87 0.47 0.82 0.65 0.69 0.95 0.99 0.57 0.44 0.9 0.66
0.17 0.58 0.34 0.41 0.37 0.52 0.23 0.97 0.09 0.68 0.34 0.08 0 0.53 0.55 0.98
0.49 0.17 0.54 0.17 0.38 0.18 0.83 0.99 0.94 0.46 0.97 0.48 0.67 0.62 0.65 0.51
0.65 0.82 0.76 0.58 0.48 0.35 0.88 0.45 0.31 0.42 0.77 0.56 0.87 0.9 0.02 0.9
0.95 0.17 0.02 0.83 0.52 0.97 0.16 0.34 0.45 0.62 0.12 0.96 0.4 0.43 0.52 0.31
0.17 0.6 0.06 0.65 0.1 0.12 0.41 0.2 0.06 0.59 0.75 0.58 0.51 0.27 0.61 0.78

Variant No./ Random values

433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448
0.58 0.38 0.29 0.2 0.41 0.97 0.48 0.44 0.23 0.6 0.8 0.07 0.19 0.3 0.45 0.76
0.18 0.93 0.23 0.49 0.22 0.92 0.79 0.65 0.01 0.98 0.75 0.18 0.72 0.12 0.72 0.67
0.5 0.79 0.81 0.25 0.54 0.7 0.95 0.89 0.04 0.55 0.63 0.57 0.92 0.12 0.21 0.03
0.33 0.46 0.69 0.74 0.99 0.23 0.56 0.3 0.25 0.49 0.47 0.8 0.24 0.9 0.11 0.41
0.95 0.21 0.23 0.82 0.81 0.53 0.09 0.11 0.4 0.79 0.07 0.38 0.6 0.25 0.15 0.22
0.74 0.29 0.95 0.81 0.8 0.72 0.47 0.16 0.25 0.91 0.66 0.85 0.45 0.13 0.33 0.12
0.39 0.48 0.04 0.94 0.7 0.79 0.11 0.91 0.53 0.26 0.73 0.43 0.02 0.82 0.44 0.18
0.6 0.41 0.42 0.63 0.63 0.95 0.48 0 0.04 0.48 0 0.26 0.7 0.49 0.62 0.48
0.2 0.17 0.92 0.89 0.64 0.76 0.69 0.75 0.83 0.18 0.32 0.71 0.31 0.42 0.51 0.7
0.29 0.69 0.23 0.48 0.89 0.62 0.76 0.68 0.44 0.03 0.23 0.26 0.09 0.27 0.52 0.49

Михайло Михайлович Лакатош

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ
МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
ЗАЛЕЖНОСТІ МАГНІТНОГО МОМЕНТУ
ЗЕМЛІ ВІД ШИРОТИ МЕТОДОМ
СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ
КАРЛО**

Апроксимація поліномом третього степеня

Модель ПГБ11-259

Книга написана за матеріалами роботи наукової фізико-
математичної школи МЕГУ

**Науковий керівник – кандидат технічних наук,
доцент Літнарівич Руслан Миколайович**

*Комп'ютерний набір, верстка – дизайн у
редакторі Microsoft® Office 2003® Word*

М.М.Лакатош

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Ім.акад. С.Дем'янчука**

**Кафедра Математичного моделювання
33027, м.Рівне, Україна
вул.акад. С.Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**